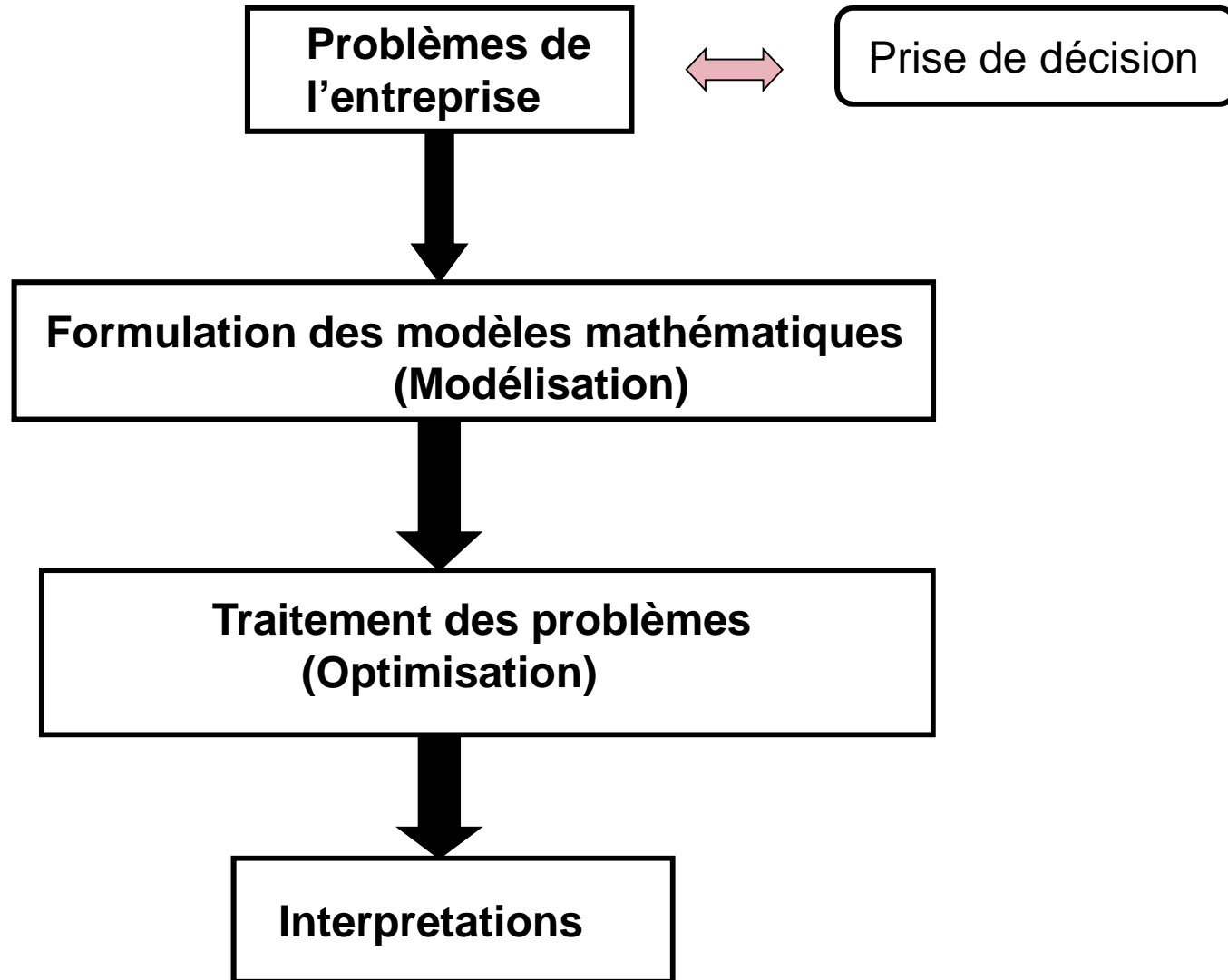
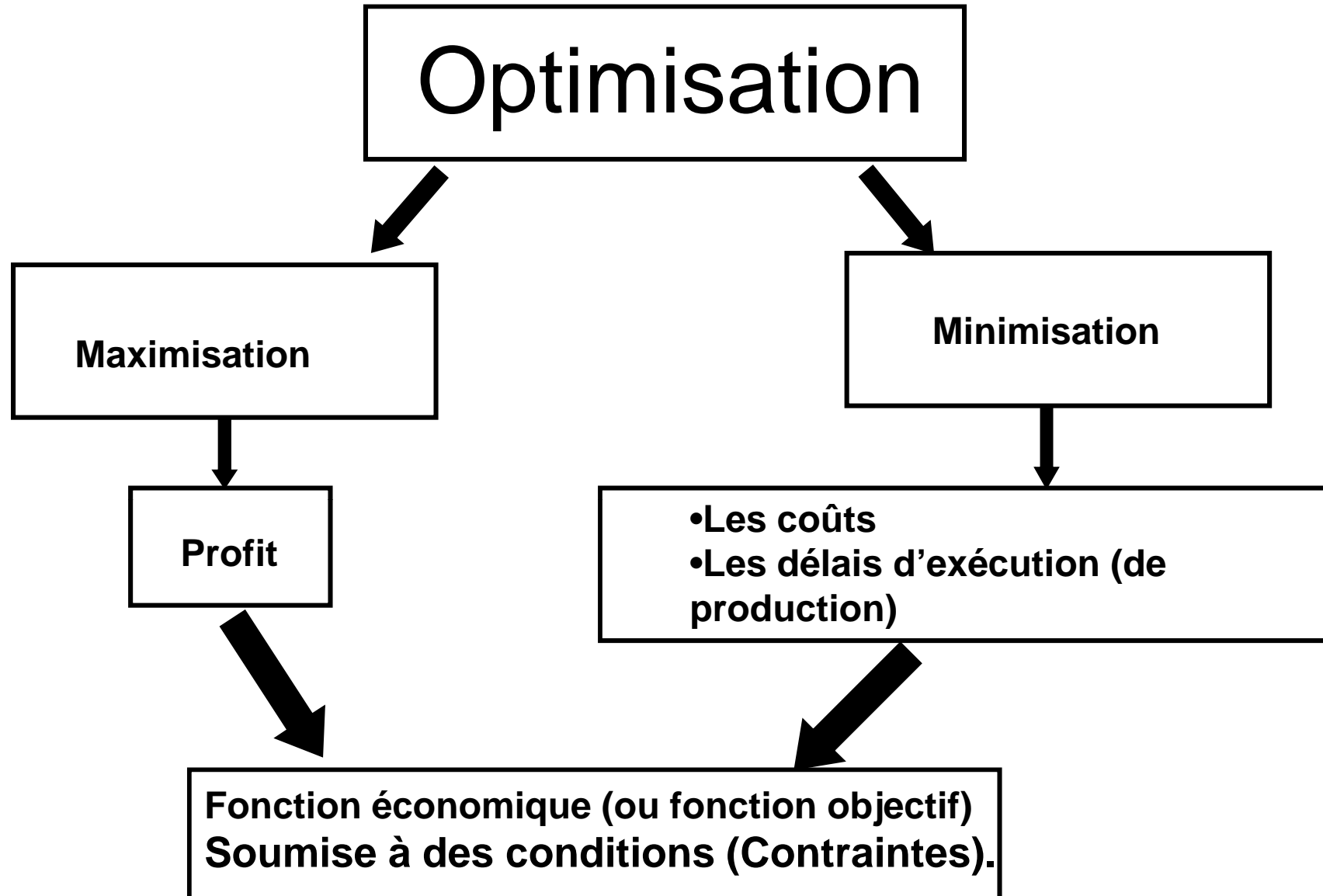


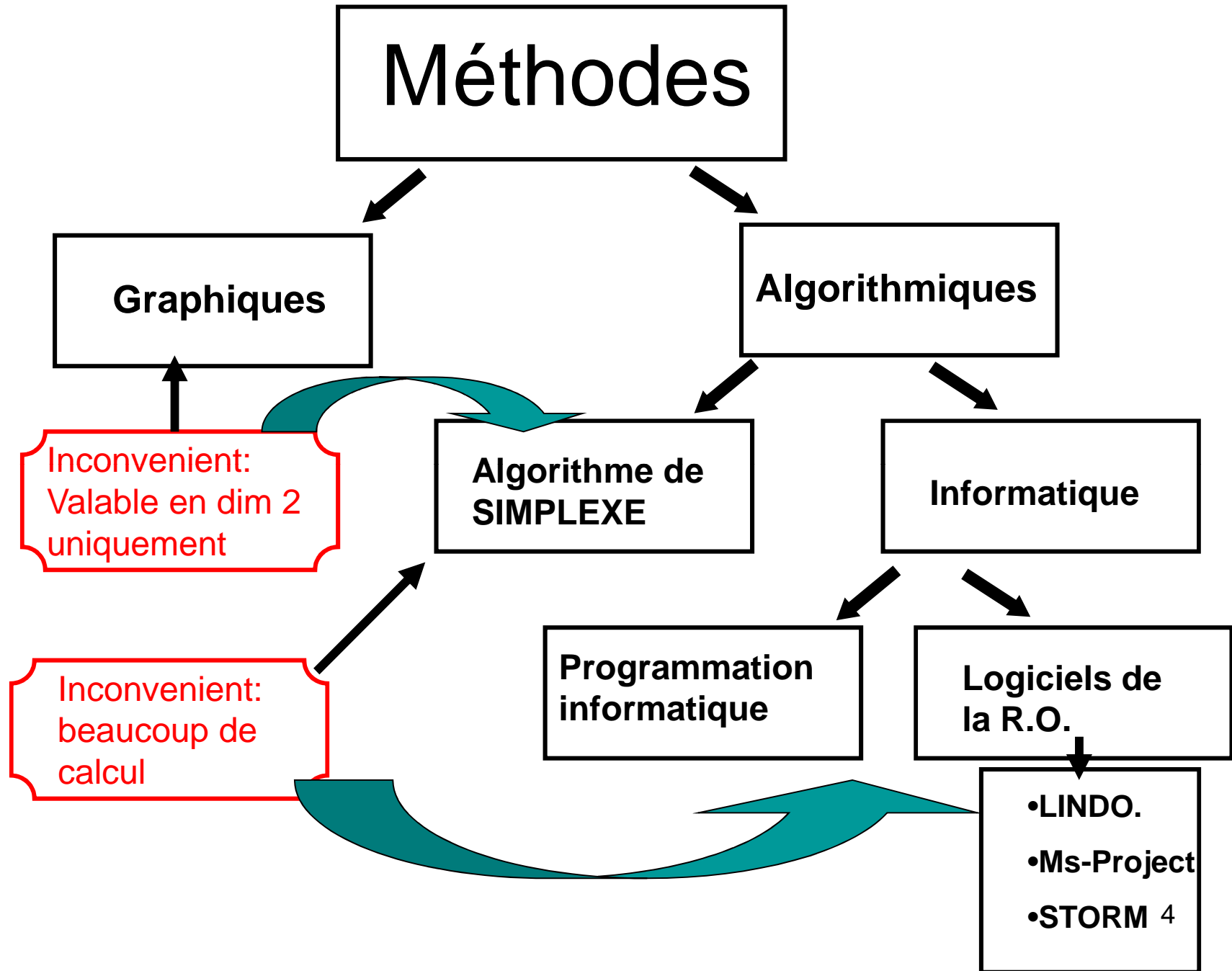
Programmation **M**athématique

Pr. El Kettani Moummou

1. Introduction générale







Objectifs:

- Assurer efficacement la combinaison des facteurs de production, ce qui sous-entend une utilisation **optimale** de ces facteurs.
- **Prise de décision** dans une entreprise.

Applications:

- Gestion de Production.
- Gestion de Projets
- Gestion des stocks
- G. R. H.
- Gestions des horaires
- Problèmes de transports
- Etc...

Chapitre 1:

Modélisation et Résolution graphique des problèmes d'optimisation

1. Modélisation

- Le fait de traduire (de formuler) les problèmes de l'entreprise par des relations mathématiques s'appelle "La Modélisation".
- Alors les relations mathématiques obtenues ne constitue que des "Modèles" des problèmes considérés.
- Connaître une solution optimale des modèles permet souvent de prendre des décisions adéquates.

Exemple n°1: Problème du restaurateur

- Un restaurateur dispose de trois types de fruits de mer: 30 oursins, 24 crevettes et 18 huîtres.
- Le restaurateur veut préparer deux types d'assiettes:
 - Assiettes à 8 Dhs composés de 5 oursins, 2 crevettes et 1 huître.
 - Assiettes à 6 Dhs composés de 3 oursins, 3 crevettes et 3 huîtres.
- Combien d'assiettes de chaque type doit-il préparer pour maximiser son revenu?

Modèle n°1:

<u>Actions</u>	<u>Amplitudes</u>
Assiètes à 8 Dhs à préparer	x
Assiètes à 6 Dhs à préparer	y

<u>Fonction économique</u>	<u>Contraintes</u>
$8x+6y$ (à maximiser)	$5x+3y \leq 30$ $2x+3y \leq 24$ $x+3y \leq 18$ avec $x, y \in \mathbb{N}$

Le modèle n°1

- Donc le modèle n°1 est:

$$\max 8x+6y$$

Sujet à

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x+3y \leq 30 \\ 2x+3y \leq 24 \\ x+3y \leq 18 \\ x, y \in \mathbb{N} \end{array} \right.$$

Exemple n°2

- Un constructeur automobile fabrique trois modèles d'automobiles ; chaque modèle passe par deux ateliers. Le premier atelier (emboutissage, montage) dispose d'un maximum de 350 heures et le second (peinture, finition) d'un maximum de 400 heures.
- La fabrication du premier modèle nécessite 10 heures dans le premier atelier et 14 heures dans le second ; la fabrication du 2ème modèle nécessite 12 heures dans le premier atelier et 9 heures dans le second et celle du 3ème modèle nécessite 13 heures dans le premier atelier et 11 heures dans le second.

- Les marges unitaires des trois modèles fabriqués sont respectivement 10000, 12000 et 15000 DH.
- Le constructeur souhaite déterminer le nombre d'automobiles de chaque modèle qu'il faudrait fabriquer pour maximiser son revenu.
- Donner le modèle mathématique de ce problème sous forme d'un programme linéaire.

Modèle n°2:

<u>Actions</u>	<u>Amplitudes</u>
Nbre d'automobiles du 1 ^{er} modèle	x
Nbre d'automobiles du 2 ^{ème} modèle	y
Nbre d'automobiles du 3 ^{ème} modèle	z

Fonction économique

Max $10000x + 12000y + 15000z$

Contraintes:

$$10x + 12y + 13z \leq 350$$

$$14x + 9y + 11z \leq 400$$

$$x, y, z \geq 0$$

Donc le modèle cherché est:

$$\text{Max } 10000x + 12000y + 15000z$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 10x + 12y + 13z \leq 350 \\ 14x + 9y + 11z \leq 400 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Exemple n°3

- Une entreprise s'adonne à la production de tables et de chaises. Le coût de production de chaque table est de 30DH et celui de chaque chaise est de 20DH. Le marché de vente peut absorber une production d'au plus 3 tables et 4 chaises par jour. De plus le nombre total de tables et de chaises vendues ne peut excéder 5 unités par jour. Une fois que l'assemblage est complété, chaque table requiert 2 heures de séchage et chaque chaise requiert 1 heure de séchage pour permettre à la colle de se fixer.

- L'appartement où se fait le séchage ne peut contenir qu'une seule item à la fois. De plus, pour des raisons économiques on exige que l'appartement soit utilisé au moins 5 heures par jour. L'emballage d'une table requiert 2 opérations et celle d'une chaise requiert 4 opérations sur une machine. Pour des raisons économiques de mise au point de la machine on exige que le nombre total d'opérations exécutées soit au moins égal à 8 par jour.

- L'entreprise désire déterminer le nombre de tables et de chaises à produire par jour pour minimiser le coût total.
- Formuler ce problème sous forme d'un problème de programmation linéaire.

Modèle n°3:

<u>Actions</u>	<u>Amplitudes</u>
Nbre de chaises à produire/jour	x
Nbre de tables à produire/jour	y

Fonction économique

$$\text{Min } Z = 20x + 30y$$

Contraintes:

$$x \leq 4$$

$$y \leq 3$$

$$x + y \leq 5$$

$$x + 2y \geq 5$$

$$4x + 2y \geq 8$$

$$x, y \geq 0$$

Donc le modèle linéaire cherché
est:

$$\text{Min } Z=20x+30y$$

Sujet à

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y \leq 5 \\ x+2y \geq 5 \\ 4x+2y \geq 8 \\ 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{array} \right.$$

3. Résolution graphique

- **Solution réalisable**: est une solution qui satisfait toutes les contraintes du problème.
- **Solution optimale**: est une solution réalisable qui donne l'optimum.
- **Le domaine réalisable**: est l'ensemble des solutions réalisables et il peut être borné ou non.
- **Point extrême**: C'est l'intersection de deux droites quelconques qui définissent le domaine réalisable.

Résolution graphique

- *Cette méthode se base sur les courbes de niveau de la fonction objective.*
- *Elle consiste à déterminer les points réalisables de l'ensemble des solutions (domaine réalisables) situé sur la courbe de niveau inférieur et supérieur qui donnent lieu au minimum et au maximum respectivement de la fonction objective*

Résolution graphique

Etapes à suivre

1. Vérifier si la fonction objective est linéaire
2. Représenter le domaine réalisable "D"
3. Calculer et représenter graphiquement le gradient de la fonction objective " f ", ∇f
4. Représenter la courbe de niveau " $f = z = 0$ "
5. La courbe de niveau passe par le domaine "D"
6. Le gradient indique le sens d'augmentation de la fonction objective " f "
7. Le dernier point de "D" qui touche la courbe " f " est la solution optimal cherché

Résolution graphique de l'exemple n°1:

- Le problème du restaurateur est:

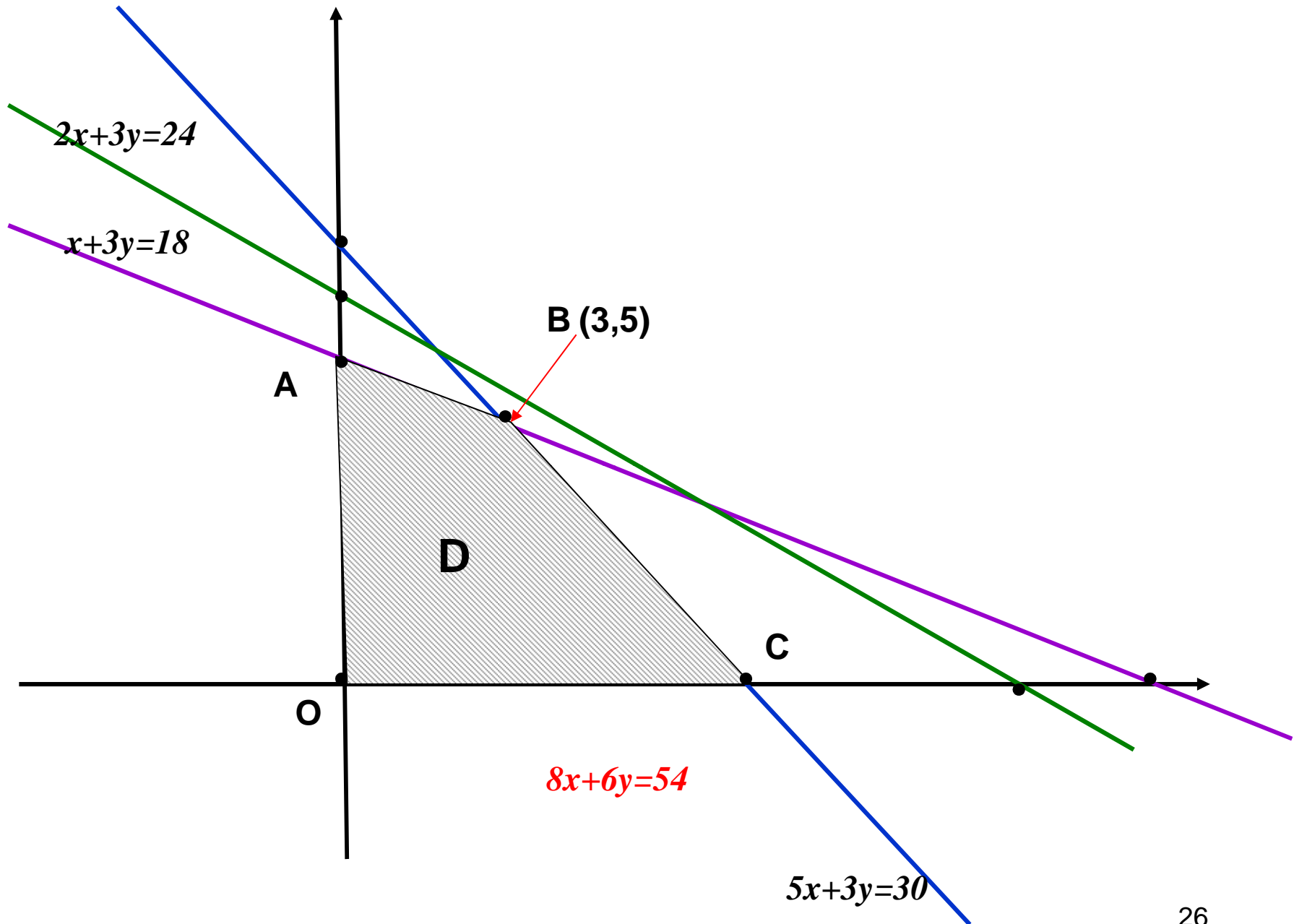
$$\text{Max } 8x+6y$$

$$\text{Sujet à } 5x+3y \leq 30$$

$$2x+3y \leq 24$$

$$x+3y \leq 18$$

$$x, y \in \mathbb{N}$$



Conclusion:

- D est le domaine réalisable
- O, A, B et C sont les points extrêmes
- (3,5) est la solution optimale.
- Donc la valeur optimale est 54:

$$Z=8x3+6x5=24+30=54$$

Résolution graphique du modèle n°2:

- Le modèle n°2 est:

$$\text{Max } 10000x + 12000y + 15000z$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 10x + 12y + 13z \leq 350 \\ 14x + 9y + 11z \leq 400 \\ x, y, z \geq 0 \end{cases}$$

Résolution graphique

Observation

- *Comme ce modèle fait intervenir trois variables (plus de deux variables), on ne peut pas appliquer la méthode graphique pour résoudre ce problème puisque la méthode graphique n'est applicable que dans le cas de deux variables.*

Résolution graphique du modèle n°3:

- Le modèle n°3 est:

$$\text{Min } Z=20x+30y$$

Sujet à

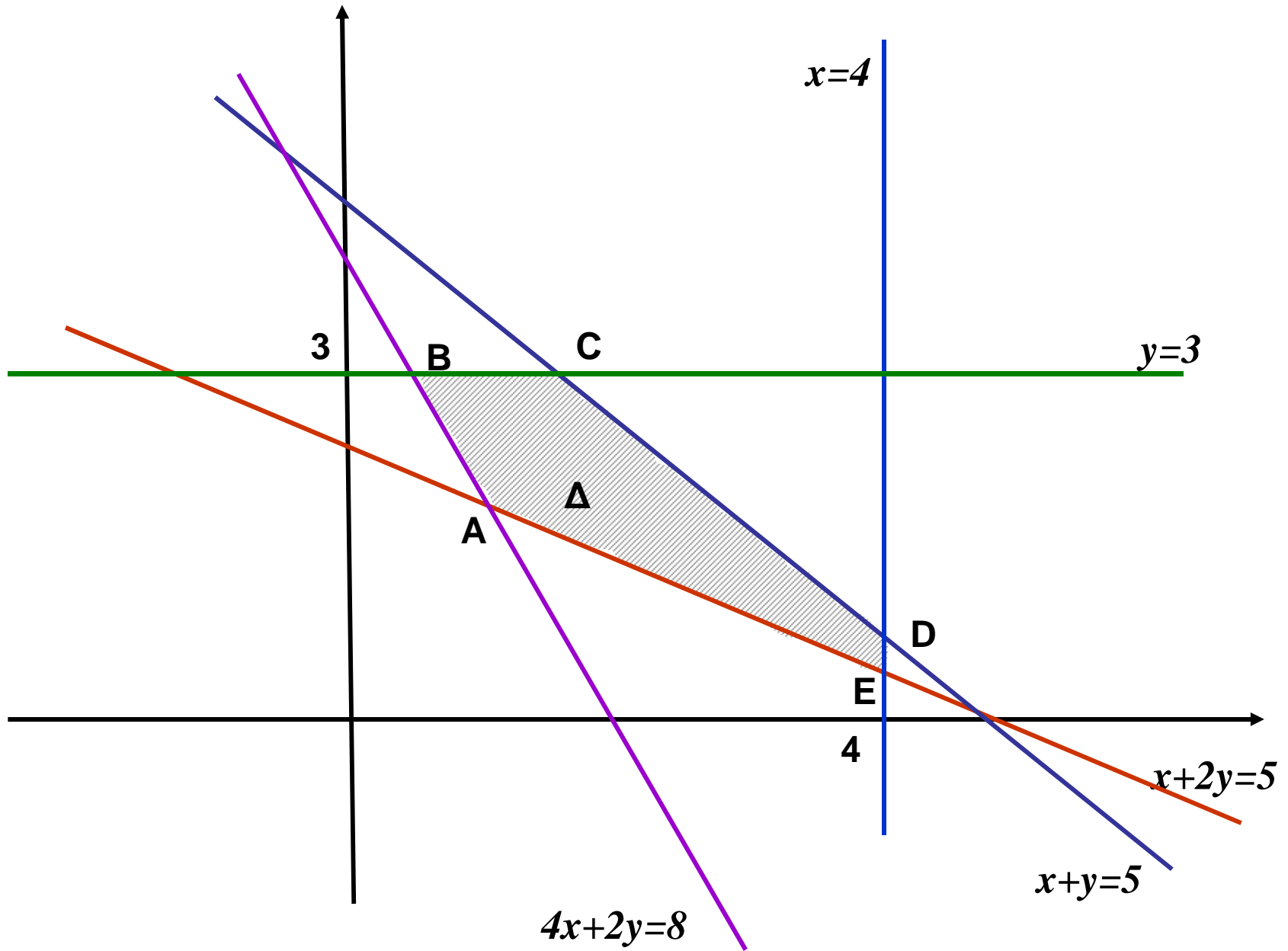
$$x+y\leq 5$$

$$x+2y\geq 5$$

$$4x+2y\geq 8$$

$$0\leq x\leq 4$$

$$0\leq y\leq 3$$



Conclusion

- Le minimum est $Z=80$ atteint en $A(1,2)$

Interprétation économique:

Il faut fabriquer une chaise et deux tables par jour pour minimiser le coût total jusqu'à ce qu'il atteigne 80DH.

Exercices

De la page 16 du livre:

« **G**estion des
Opérations »

« A problem well stated is a problem half solved. . . . »

Charles Franklin Kettering
USA 1876--1958

Chapitre 2:

Méthode du Simplexe:

1. Introduction:

- L'algorithme de simplexe a servi, depuis 1949(*), à la résolution de nombreux modèles linéaires relatifs à des problèmes de gestion, de transport, d'affectation...
- Aujourd'hui, grâce à la puissance des ordinateurs modernes et au perfectionnement des procédés de calculs utilisés par cet algorithme, on peut résoudre des modèles qui comportent des milliers de contraintes et des dizaines de milliers de variables.

2. Résolution de l'exemple n°1:

- Le problème du restaurateur est:

$$\text{Max } Z=8x+6y$$

Sujet à

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x+3y \leq 30 \\ 2x+3y \leq 24 \\ x+3y \leq 18 \\ x,y \geq 0 \end{array} \right.$$

a. Forme standard du problème:

- On transforme le problème par l'ajout des variables à chacune des contraintes qu'on appelle "les variables d'écart" de manière à réécrire les inégalités (\leq) sous la forme d'égalités.
- Aussi on transforme le problème de maximisation en un problème de minimisation.

- On dit, donc, qu'un problème est sous la forme standard si c'est un problème de minimisation dont **les variables sont non négatives** et les contraintes sont des égalités.
- La forme standard de l'exemple n°1:

$$\text{Min } Z = -8x - 6y$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 5x + 3y + u = 30 \\ 2x + 3y + p = 24 \\ x + 3y + h = 18 \\ x, y, u, p, h \geq 0 \end{cases}$$

b. Les tableaux du Simplexe:

- Après avoir mis le problème sous forme standard, on commence à dresser les tableaux du simplexe par le tableau initial.
- Comme exemple d'application, on considère l'exemple n°1 mis sous forme standard précédemment et on dresse le tableau initial du simplexe:

Variables de base	x	y	u	p	h	-z	Termes de droite
u	5	3	1	0	0	0	30
p	2	3	0	1	0	0	24
h	1	3	0	0	1	0	18
-Z	-8	-6	0	0	0	1	0

- Le but est de chercher x et y (c'est-à-dire la solution optimale) qui minimisent Z (qui donne l'optimum).
- Parmi les coefficients de la fonction économique, on cherche à qui correspond le coefficient le plus faible.
- On remarque que pour ce tableau initial, il correspond à x ; alors x est dite variable d'entrée à la base.

- Qui est la variable qui va sortir de la base?
- Alors, on divise les termes constants de droite par 5; 2 et 1 respectivement.
- On trouve $30/5=6$; $24/2=12$ et $18/1=18$.
- La valeur la plus petite **positive** est $30/5=6$ et elle est en face de u , alors u est la variable de sortie de la base.
- On a donc déterminé ce qu'on appelle le **pivot**; ici le pivot est ⑤

Tableau du Simplexe

- Le 2^{ème} tableau du simplexe est obtenu en essayant de faire apparaître 1 au lieu du pivot 5 et d'annuler tous les termes de la colonne du pivot, ceci par combinaison linéaire entre chaque ligne et la ligne du pivot.

Variables de base	x	y	u	p	h	-z	Termes de droite
x	1	$3/5$	$1/5$	0	0	0	6
p	0	$9/5$	$-2/5$	1	0	0	12
h	0	$12/5$	$-1/5$	0	1	0	12
-Z	0	$-6/5$	$8/5$	0	0	1	48



- Dans ce 2^{ème} tableau, le coefficient le plus faible de la fonction économique est $-6/5$, il correspond à y , donc y est la variable d'entrée.
- On divise, après, les termes de droite par $3/5$; $9/5$ et $12/5$ respectivement,
- on trouve 10; 6,66 et 5;
- donc le nombre le plus petit positif est 5, il est en face de h ; d'où h est la variable de sortie.

Tableau du Simplexe

- Le pivot est donc $12/5$; alors le 3ème tableau est obtenu en essayant de faire apparaître 1 au lieu du pivot $12/5$ et d'annuler tous les termes de la colonne du pivot, ceci par combinaison linéaire entre chaque ligne et la ligne du pivot.

Variables de base	x	y	u	p	h	-z	Termes de droite
x	1	0	1/4	0	-1/4	0	3
p	0	0	-1/4	1	-3/4	0	3
y	0	1	-1/12	0	5/12	0	5
-Z	0	0	3/2	0	1/2	1	54

- On remarque que tous les coefficients de la fonction économique (dernière ligne du tableau) sont positifs ou nuls; alors on dit que l'optimum est atteint et on arrête, sinon on recommence à déterminer un nouveau pivot et un nouveau tableau.
- Donc le minimum de Z est -54 et la solution optimale est $x=3$; $y=5$; $p=3$ et h et u sont nuls.

c. Analyse de la solution optimale:

- $u=0$ et $h=0$ \implies on dit que la première et la 3^{ème} contraintes sont “saturées” par la solution trouvée. Les inégalités au sens large sont devenues des égalités pour $x=3$ et $y=5$.
- $p=3$ signifie que la 2^{ème} contrainte n’est pas “saturée” l’inégalité subsiste pour $x=3$ et $y=5$.

Exercice:

- Déterminer une solution au problème suivant, en utilisant l'algorithme du simplexe:

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Solution:

- La forme standard du problème est:

$$\text{Min } Z = -x_1 - x_2 - x_3$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 1 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases}$$

- Le tableau initial du simplexe est:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-Z$	T. d.
x_4	1	-1	2	1	0	0	2
x_5	-1	2	1	0	1	0	1
$-Z$	-1	-1	-1	0	0	1	0

- Pour déterminer la colonne du pivot, on peut choisir l'une ou l'autre des trois colonnes, par exemple, x_2 est la variable d'entrée [on choisit celui qui donne la plus petite valeur positive en divisant les termes de droite par ceux de la colonne de x_1 , x_2 et x_3 ; ici c'est x_2 (s'il y a égalité, on choisit un au hasard)]
- En divisant les termes de droite par -1 et 2 respectivement, on a $\frac{1}{2}$ le plus petit positif parmi -2 et $\frac{1}{2}$ et il est en face de x_5 ,
- Donc x_5 variable de sortie.
- Le pivot est donc (2)

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-Z$	T. d.
x_4	$1/2$	0	$5/2$	1	$1/2$	0	$5/2$
x_2	$-1/2$	1	$1/2$	0	$1/2$	0	$1/2$
$-Z$	$-3/2$	0	$-1/2$	0	$1/2$	1	$1/2$

On fait le pivot autour de $1/2$

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$-Z$	T. d.
x_1	1	0	5	2	1	0	5
x_2	0	1	3	1	1	0	3
$-Z$	0	0	7	3	2	1	8

Tous les coefficients de la dernière ligne sont positifs ou nuls

⇒ L'optimum est atteint

⇒ Le maximum de Z vaut 8

⇒ une solution optimale est $(5, 3, 0, 0, 0)$

Exemple:

- Essayons d'appliquer l'algorithme du simplexe au problème suivant:

$$\text{Min } Z = -10 x_4$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} x_1 - 2x_4 = 8 \\ x_2 - 3x_4 = 6 \\ x_3 - 8x_4 = 24 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

- Le problème est dans sa forme standard car c'est un problème de minimisation et les contraintes sont des égalités.
- Le tableau initial du simplexe sera:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	$-Z$	T. d.
x_1	1	0	0	-2	0	8
x_2	0	1	0	-3	0	6
x_3	0	0	1	-8	0	24
$-Z$	0	0	0	-10	1	0



- x_4 est la variable d'entrée car c'est elle qui a le coefficient le plus faible dans la fonction économique Z .
- Mais pour déterminer la variable de sortie et en divisant les termes de droites par -2, -3 et -8 respectivement, on obtient des rapports tous **négatifs**.
- Donc le problème n'est pas borné inférieurement.

Exemple:

- Résoudre par l'algorithme du simplexe le problème suivant:

$$\text{Min } Z = 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_4 = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

- On va faire apparaître les variables de base et ce-ci en remplaçant x_3 et x_4 par leurs valeurs données par les contraintes dans l'équation de Z ,
- alors

$$x_3 = 4 - 2x_1 - 2x_2$$
 et

$$x_4 = 6 - 3x_1 - 4x_2$$
- Donc

$$Z = x_1 - x_2 - 3x_1 - 4x_2 + 10$$

$$Z = -2x_1 - 5x_2 + 10$$

- Le problème devient

$$\text{Min } Z = -2x_1 - 5x_2 + 10$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_4 = 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Et on a (à minimiser) $-2x_1 - 5x_2 - Z = -10$

Donc le tableau initial du simplexe sera:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	$-Z$	T. d.
x_3	2	2	1	0	0	4
x_4	3	4	0	1	0	6
$-Z$	-2	-5	0	0	1	-10



- Variable d'entrée est : x_2
- Variable de sortie est : x_4 car en divisant $4/2=2$; $6/4=1,5$
- Le pivot est : 4
- Donc le deuxième tableau du simplexe est:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	$-Z$	T. d.
x_3	$1/2$	0	1	$-1/2$	0	1
x_2	$3/4$	1	0	$1/4$	0	$3/2$
$-Z$	$7/4$	0	0	$5/4$	1	$-5/2$

- Donc la valeur optimale est $5/2$ et une solution optimale est $x_2=3/2$; $x_3=1$ et x_1, x_4 sont nulles.

Cas où plus d'une variable peut sortir de la base (La dégénérescence)

- **Exemple:**

$$\text{Max } Z = 1000 x_1 + 1200 x_2$$

$$\text{Sujet à } \left\{ \begin{array}{l} 10 x_1 + 5 x_2 \leq 200 \\ 2 x_1 + 3 x_2 \leq 60 \\ x_1 \leq 34 \\ x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

- Le problème standard est:

$$\text{Min } Z = -1000 x_1 - 1200 x_2$$

$$\text{Sujet à } \begin{cases} 10 x_1 + 5x_2 + x_3 = 200 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_4 = 60 \\ x_1 + x_5 = 34 \\ x_2 + x_6 = 20 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

- Le tableau initial du simplexe est:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	-Z	T. d.
x_3	10	5	1	0	0	0	0	200
x_4	2	3	0	1	0	0	0	60
x_5	1	0	0	0	1	0	0	34
x_6	0	1	0	0	0	1	0	20
-Z	-1000	-1200	0	0	0	0	1	0



- Variable d'entrée est x_2 (celle du coût marginal minimal).
- Cherchons la variable de sortie:
 $200/5=40$; $60/3=20$; $34/0=\infty$ (limite) et $20/1=20$
 \implies deux variables de la base x_4 et x_6
correspondent à la plus petite valeur positive: on choisit, au hasard ou selon tout autre critère jugé pertinent, l'une ou l'autre de ces deux variables comme variable de sortie.
- Convenons que x_6 est la variable de sortie.
- Le pivot est $\textcircled{1}$

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	- Z	T. d.
x_3	10	0	1	0	0	-5	0	100
x_4	2	0	0	1	0	-3	0	0
x_5	1	0	0	0	1	0	0	34
x_2	0	1	0	0	0	1	0	20
-Z	-1000	0	0	0	0	1200	1	24000



- Dans ce dernier tableau on a: une solution de base **nulle** $\implies x_4=0$.
- On parle alors de solution de base dégénérée.
- Ce phénomène de dégénérescence survient lorsque, dans le tableau précédent, plus d'une variable de base correspondent à la plus petite limite: dans le tableau obtenu après pivotage, une seule d'entre elles sort de la base et les autres y restent et prennent forcément la valeur 0.

- Variable d'entrée est x_1
- Cherchons la variable de sortie:
 $100/10=10$; 0 ; 34 ; $20/0=\infty$ (une limite)
- La variable de base qui correspond à la plus petite valeur positive est x_4 .
- Donc x_4 est variable de sortie.
- Le pivot est 2.
- Le troisième tableau du simplexe est:

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	-Z	T. d.
x_3	0	0	1	-5	0	10	0	100
x_1	1	0	0	0,5	0	-1,5	0	0
x_5	0	0	0	-0,5	1	1,5	0	34
x_2	0	1	0	0	0	1	0	20
-Z	0	0	0	500	0	-300	1	24000



- Dans les deux derniers tableaux, les termes de droites sont identiques, mais les équations, bien qu'équivalentes, diffèrent et les coûts marginaux aussi.
- La prochaine variable d'entrée est x_6 .
- Cherchons la variable de sortie:
 $100/10=10$; $0/(-1,5)$; $34/1,5=22,6$; 20
donc la variable de sortie est x_3 et non pas x_1 car $-1,5 < 0$.
- Le pivot est 10.

V. b.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	-Z	T. d.
x_6	0	0	0,1	-0,5	0	1	0	10
x_1	1	0	0,15	-0,25	0	0	0	15
x_5	0	0	-0,15	0,25	1	0	0	19
x_2	0	1	-0,10	0,50	0	0	0	10
-Z	0	0	30	350	0	0	1	27000

- L'optimum est atteint car tous les nombres de la dernière ligne sont positifs ou nuls.
- Le maximum de Z est 27000 et une solution est $x_1=15$; $x_2=10$; $x_3=0$; $x_4=0$; $x_5=19$ et $x_6=10$.
- La dégénérescence d'un modèle linéaire a donc le potentiel d'engager l'algorithme du simplexe dans un cyclage sans fin, bien que ce problème ait pu être évité dans cet exemple.

- En fait, le phénomène de cyclage est peu fréquent et semble se reconstruire surtout dans les modèles de grande taille très dégénérés.
- Pour éviter un cyclage, on procède de la manière suivante: A chaque itération du simplexe, parmi toutes les variables susceptibles d'entrer ou de quitter la base, on choisit celle qui est dotée du plus petit indice.

Les variables d'excédent ou de surplus:

- L'algorithme du simplexe permet d'optimiser des modèles linéaires continus dont les variables sont non négatives et dont les contraintes sont écrites sous forme d'équations.
- Beaucoup de problèmes pratiques, toutefois, se modélisent de telle façon que plusieurs contraintes s'écrivent sous forme d'inéquations.

- Afin de pouvoir utiliser l'algorithme du simplexe pour résoudre ces problèmes, nous avons transformé les modèles comportant des contraintes de signe " \leq ", par l'ajout de nouvelles variables non négatives, en des modèles "équivalents" dont toutes les contraintes, sauf celles de non-négativité, de signe " $=$ "
- Ces variables on les a appelées variables d'écart.

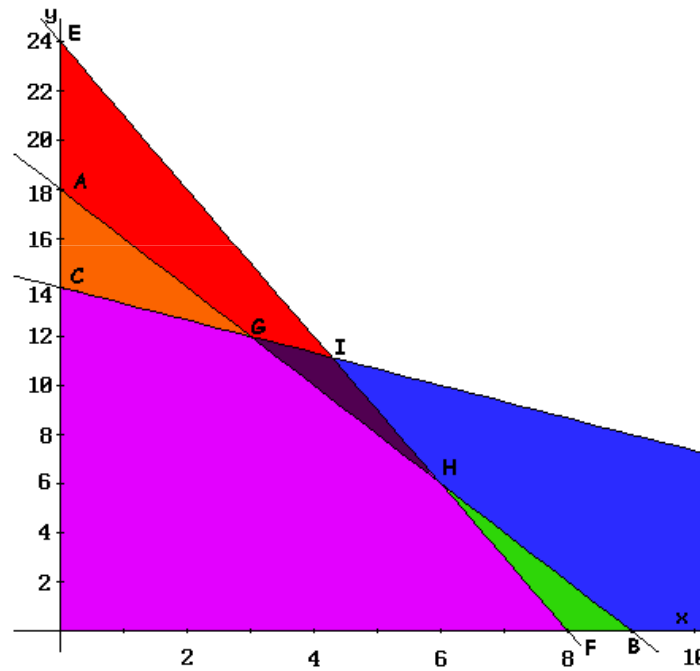
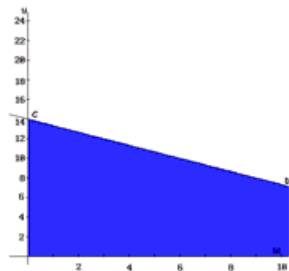
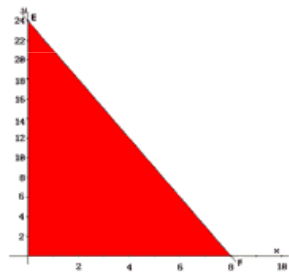
- Supposons maintenant que dans un problème, il y a aussi des contraintes de signe " \geq ".
- Alors, on les transforme en équations de signe "=" en retranchant de nouvelles variables non négatives qu'on appelle variables de surplus ou d'excédent.

Exercices

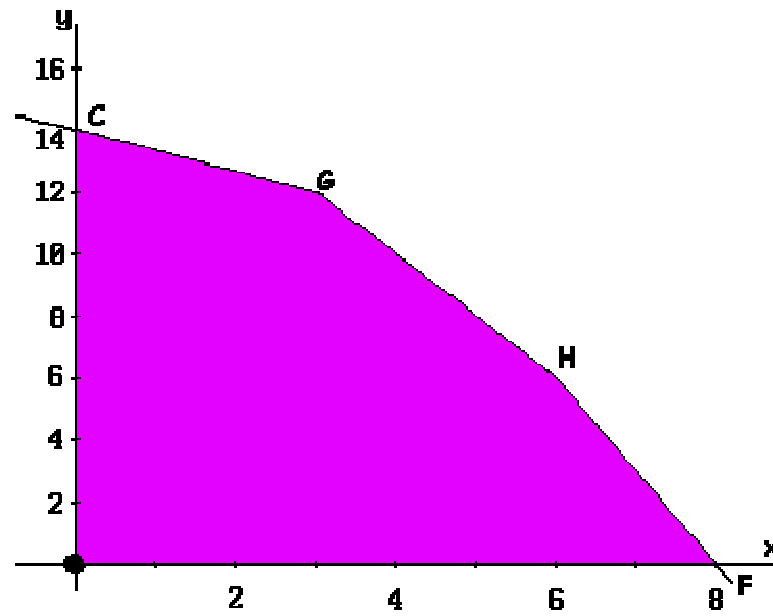
Faire les exercices des pages 40, 41 et 42
du livre:

« **G**estion des
Oérations »

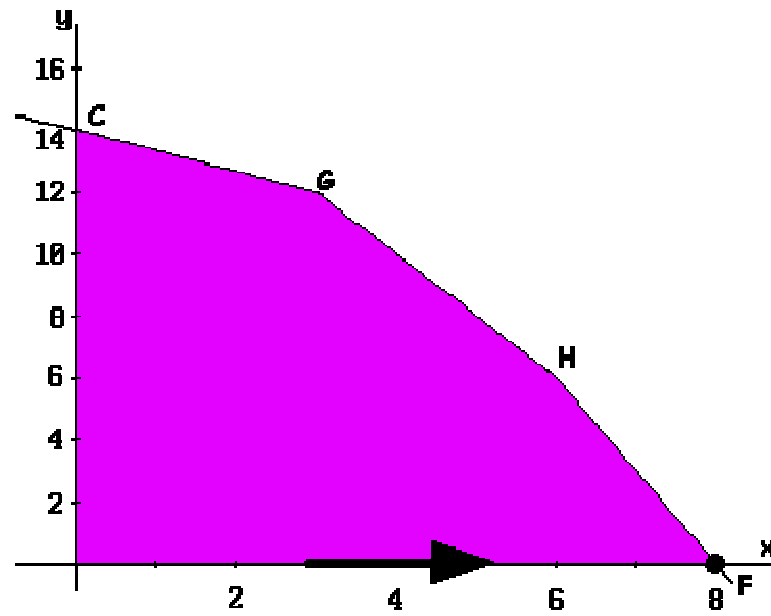
Graphic vs simplex



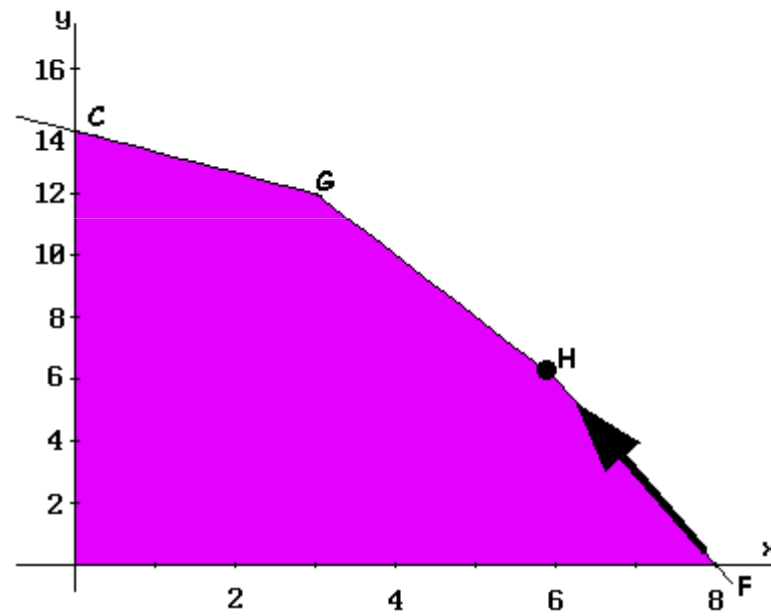
Graphic vs Simplexe



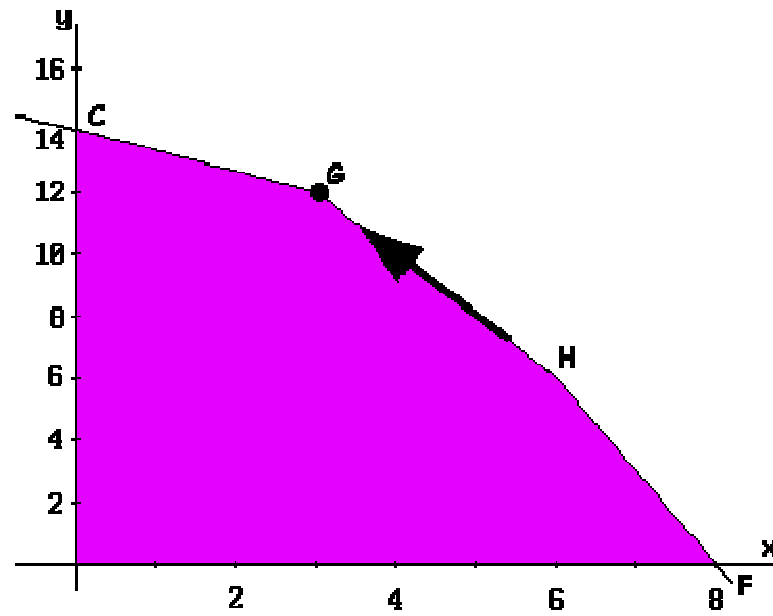
Graphic vs simplexe



Graphic vs Simplex



Graphic vs simplexe



Algorithme

