

————— Serie 1 —————

Exercices:

1. Un client compose son repas dans un restaurant en choisissant une entrée parmi quatre, un plat de jour parmi trois et dessert parmi cinq. Combien de choix possibles a-t-il pour composer son menu?
2. Une chaîne d'hypermarchés souhaite stimuler ses ventes dans une ville par une campagne publicitaire comportant une tombola avec, en particulier, quatre lots prestigieux d'importances décroissante qui sont attribués à l'issue d'une double sélection: d'abord un tirage au sort de quatre clients, puis un classement de ceux-ci à l'aide d'une série d'épreuves publiques.
 - a) Dans la phase de classement, de combien de façons ces quatre lots peuvent-ils être répartis entre les quatre clients tirés au sort?
 - b) Si on commence par tirer au sort dix clients, puis on sélectionne **sans les classer** les quatre gagnants de quatre gros lots identiques et les autres clients ayant le même lot de consolation; de combien de façons les quatre gros lots peuvent-ils être répartis entre les dix clients tirés au sort?
3. Une organisation de 25 membres comprend 4 gestionnaires. De combien de manières peut-on former un comité composé de 3 membres parmi lesquels on trouve:
 - a) un et un seul gestionnaire?
 - b) au moins un gestionnaire?
4. L'enseignant d'un cours magistral met en place un concours pour motiver ses étudiants: l'étudiant avec la meilleure moyenne gagne une tablette tactile(Wifi+4G), le second une tablette seulement Wifi, et le troisième une mini tablette.
 - a) Sachant qu'il n'y a pas d'ex aequo possible, combien y-a-t-il de façons de distribuer ces trois prix sur un amphithéâtre de 389 étudiants?
 - b) Même question si les trois prix sont identiques (3 tablettes tactiles Wifi+4G)
 - c) Si l'on fixe les trois meilleurs étudiants, combien y-a-t-il d'ordres d'arrivée possibles pour le trio de tête?

-
5. Dans un pays imaginaire, un numéro du téléphone comporte 5 chiffres. Il doit commencer par "0", le second chiffre est compris entre 1 et 5, il indique la région. Les autres chiffres sont libres.
- Combien de numéros de téléphones différents peut-on former dans ce pays?
 - Combien y-a t-il de numéros comportant des chiffres tous différents
6. Soit Ω l'ensemble des couples mariés d'une ville donnée. Nous considérons les événements:
- A « la femme a plus de trente ans »
 - B « le mari a plus de trente ans »
 - C « le mari est plus jeune que la femme ».
- Interprétez en fonction de A, B, C l'événement « la femme a plus de trente ans mais non son mari ».
 - Décrivez en langage ordinaire les événements $A \cap B^c \cap C$, $A - (A \cap C)$, $A \cap B \cap C^c$, $A \cup C$.
 - Vérifiez que $A \cap B^c \subseteq C$.
7. Un dé est chargé de telle forme que si on le lance le résultat obtenu a une probabilité proportionnelle au chiffre qui apparait.
- Quelle est la probabilité de réalisation d'un événement élémentaire quelconque I, si le dé est lancé une seule fois?
 - Deduire la probabilité de réalisation d'un nombre pair

————— - Serie 2 —————

Exercices

1. Décrire l'espace des événements rattachés à l'expérience suivante: on écrit un nombre de deux chiffres choisis au hasard, parmi les chiffres 1, 5, 8
2. D' une Urne contenant 20 boules dont 6 sont blanches et 14 sont noires, on extrait, au hasard sans remise, deux boules. Soit A l' événement « parmi les deux boules choisies, il ya au moins une boule blanche» et B l' événement « les deux boules sont blanches»
 - a) les événements A et B sont compatible ou incompatibles?
 - b) S' agit- il d' événements élémentaires ou composés?
 - c) Quelle est la probabilité de A?
3. Un directeur des ressources humaines d' une entreprise se propose de d'engager 7 ouvriers qui deveront remplir des taches identiques; 14 candidats postulent un de ces emplois(tout en répondant aux critères exigés).
 - a) De combien de manières le gestionnaire pourra t-il opérer son choix?
 - b) Même question si un certian candidat doit être embauché
 - c) Même question si un des candidats est exclue de la selection.
 - d) Quels rapports existe t-il entre les différentes parties de ces énoncé?
4. Un enquête effectuée auprès de 400 placement en portefeuille de devise auprès de la bourse de Casablanca, a montré que 160 investissements en "\$"; 240 investissement en "€" et 90 investissement dans les deux devises
 - a) Quelle est la probabilité q' un investisseur investit au moins dans une devise?
 - b) Quelle est la probabilité qu 'il détient un portefeuille uniquement en Euro "€"?
 - c) Quelle est la probabilité qu 'il détient un portefeuille en une seule devise?

-
5. Dans un marché financière, on classe les investisseurs en deux catégories: ceux qui son bien informés et ceux qui ne le son pas. Lorsqu'un investisseur bien informé achète une action, la probabilité que son cours boursier subit est de 0.8. Dans le cas d'un investisseur mal informé, la probabilité de la hausse du prix de l'action achetée est de 0.5.

Sur un ensemble de 50 investisseurs intervenant sur le marché, il y en a 5 de bien informé. Quelle est la probabilité de choisir un investisseur bien informé achetant une action caractérisé par une hausse de son prix?

6. Une enquête a montré que 20 % des investisseurs investissent en obligations. Parmi ceux-ci 70 % investissent aussi en actions. Toutes fois parmi ceux qui ne placent pas en obligations; 15 % détiennent des actions. Quelle est la probabilité qu'un investisseur pris au hasard investit:

- a) A la fois dans les obligations et les actions
- b) Dans les obligations sachant qu'il détient des actions

7. Durant un examen oral en probabilité le professeur questionne deux étudiants A et B sur une même question. La probabilité que A arrive à la bonne réponse est 0.8 et celle de B est 0.75. On demande les probabilité suivantes:

- a) la question est bien répondue par les deux étudiants;
- b) la question est bien répondue;
- c) la question n'est pas répondue correctement;
- d) la question est bie répondue par l'un des étudiants mais pas par l'autre

8. Quatre hommes d' eposent leur chapeau au vestiaire en entrant dans un restaurant et choisissent au hasard en sortant 1 des 4 chapeaux. Calculer les probabilités suivantes.

- a) Aucun des 4 hommes ne prend son propre chapeau.
- b) Exactement 2 des 4 hommes prennent leur propre chapeau.

9. On compte respectivement 50, 75, et 100 employés dans 3 entrepôts A, B et C, les proportions des femmes étant respectivement égales à 50 %, 60 % et 70 %. Une démission a autant de chance de se produire chez tous les employés, indépendamment de leur sexe. Une employée donne sa démission. Quelle est la probabilité qu' elle vienne de l' entrepôt C?

10. Une compagnie d'assurance répartit les assurés en 3 classes : personnes à bas risque, risque moyen et haut risque. Ses statistiques indiquent que la probabilité qu'une personne soit impliquée dans un accident sur une période d'un an est respectivement de 0.05, 0.15 et 0.30. On estime que 20 % de la population est à bas risque, 50 % à risque moyen et 30 % à haut risque.
- a) Quelle est la proportion d'assurés qui ont eu un accident ou plus au cours d'une année donnée?
 - b) Si un certain assuré n'a pas eu d'accidents l'année passée, quelle est la probabilité qu'il fasse partie de la classe à bas risque?
11. **Bis.** Un des plus célèbres modèles qui décrivent la évolution en temps du prix des stocks est le modèle binomial (Cox-Ross-R). Le prix à temps donné est obtenu en multipliant le prix antérieur par u "le prix moyen de Hausse" (d "le prix moyen de baisse"). Donner l'espace échantillonnal (ensemble fondamental, Univers) qui décrit les trajectoires possibles du prix des stocks en 2 périodes du modèle indiqué

—-Serie 3—-

Exercices

1. Une enquête a montré que 5% des actions au sein de la bourse de casablanca ont chuté de prix. Supposons qu'on prélève au hasard du marché 8 actions. On désigne par X la variable aléatoire qui détermine le nombre des actions dont le prix est à la baisse.
 - a) Quelle est la loi de probabilité de X , sachant que les prix de deux actions quelconques sont indépendants?
 - b) En déduire la probabilité de qu'il y ait au plus 3 baisses

2. Actif en investissement

Soit X la variable aléatoire indiquant le fond passif d'investissement, par 1,000 DH, telle que le tableau suivant

Condition économique	<u>Investissement:</u>	
	Fond passif X	$P[X = x_i]$
Récession	-25	0.2
Economie stable	50	0.5
Economie développée	100	0.3

Cuadro 1: Actif par 1,000 DH d'investissement en fond passif

- a) calculer l'espérance $E[X]$ et la variance $V[X] = \sigma_X^2$, en dollar du fond passif ?
 - b) Quelle est la probabilité d'avoir un fond passif entre $E[X] - \sigma_X$ et $E[X] + \sigma_X$?
 - c) On suppose que 40% d'un portefeuille "P" est investi en fond passif X , quelle est l'espérance de ce portefeuille?
3. Dans une poste d'un petit village, on remarque qu'entre 10 heures et 11 heures, la probabilité pour que deux personnes entrent durant la même minute est considérée comme nulle et que l'arrivée des personnes

est indépendante de la minute considérée. On a observé que la probabilité pour qu'une personne se présente entre la minute " n " et la minute " $n + 1$ " est " $p = 0,1$ ". On veut calculer la probabilité pour que "3, 4, 5, 6, ..." personnes se présentent au guichet entre 10h et 11h.

- a) Définir une variable aléatoire adaptée, puis répondre au problème considéré.
 - b) Quelle est la probabilité pour que au moins 10 personnes se présentent au guichet entre 10h et 11h ?
4. Soit X une variable aléatoire définie par la fonction de densité de probabilité suivante:

$$f(x) = \begin{cases} 0,1 + kx, & 0 \leq x \leq 5 \\ 0, & \text{si non} \end{cases}$$

- a) calculer la valeur de k , pour que $f(\cdot)$ soit une fonction de densité
- b) Evaluer $E[X]$ et la variance $V[X]$

Exercices

1. On dispose d' une urne qui contient "12" boules, "7" noires et "5" blanches. On tire au hasard deux boules successives; soit D = l'événement " la deuxième boule tirée est noire"

a) Calculer la probabilité $P(D)$

Réponse

Soit A = l'événement " la première boule tirée est blanche" B = l'événement " la première boule tirée est noire"

Noter que $\Omega = A \cup B$ et $A \cap B = \emptyset$. (A et B forment une partition)

Formule de probabilité total

$$P(D) = P(D/A)P(A) + P(D/B)P(B)$$

2. La table suivante est une distribution partielle des probabilités, concernant les bénéfices ébauchés (projeter) de la "MRA company", où $X = x$ d'ésigne la variable gain (en mille dollars) durant la première année d'opération. Les valeurs négatives indiquent les pertes)

X	$P[X = x_i] = p_i$
-100	0.10
0	0.20
50	0.30
100	0.25
150	0.10
200	—

- a) Quelle est la probabilité adéquate $p_6 = P[X = 200]$?
- b) Quelle est la probabilité pour que l'entreprise soit rentable?
- c) Quelle est la probabilité pour que le gain de l'entreprise soit au moins 100.000\$?