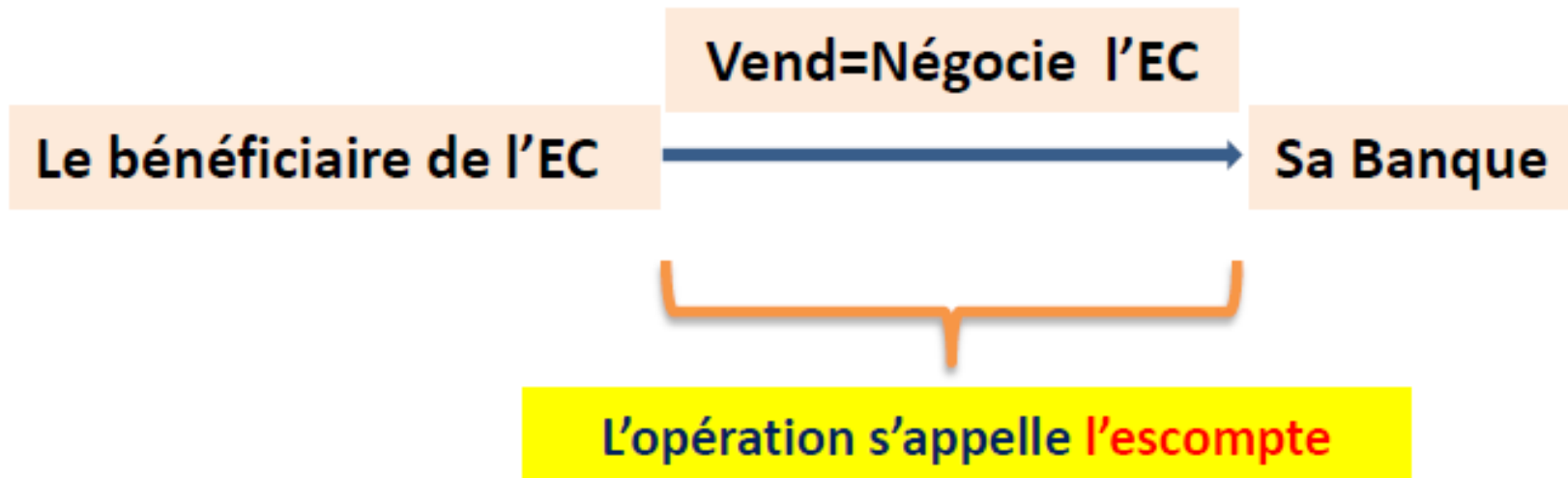


# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Vocabulaire et définition

Un effet de commerce ( **lettre de change ou billet à ordre** ) est un écrit par lequel on s'engage à payer une certaine somme ( **valeur nominale** ) à une certaine date ( **date d'échéance** ). si l'on a besoin d'argent liquide, on peut négocier un effet de commerce auprès d'un banquier avant sa date d'échéance; le banquier retiendra sur la valeur nominale **un escompte**, et donnera au client une somme inférieure à la valeur nominale.



L'escompte est l'intérêt correspondant au temps compris entre le jour de la négociation et le jour de l'échéance.

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Calcul de l'escompte commercial

$$\begin{array}{ccc} \text{escompte} & & \text{taux annuel} \\ \text{(en DH)} & & \text{d'escompte} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \boxed{e = V \times \frac{t}{360} \times n} \\ \uparrow & & \uparrow \\ \text{valeur} & & \text{durée} \\ \text{nominale} & & \text{d'escompte} \\ \text{(en DH)} & & \text{(en jours)} \end{array}$$

NB : durée d'escompte

- on ne compte pas le premier jour mais on compte le dernier ;
- on ajoute les jours de banque s'il y a lieu.

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Calcul de la valeur actuelle commerciale

valeur actuelle (en DH)      escompte (en DH)

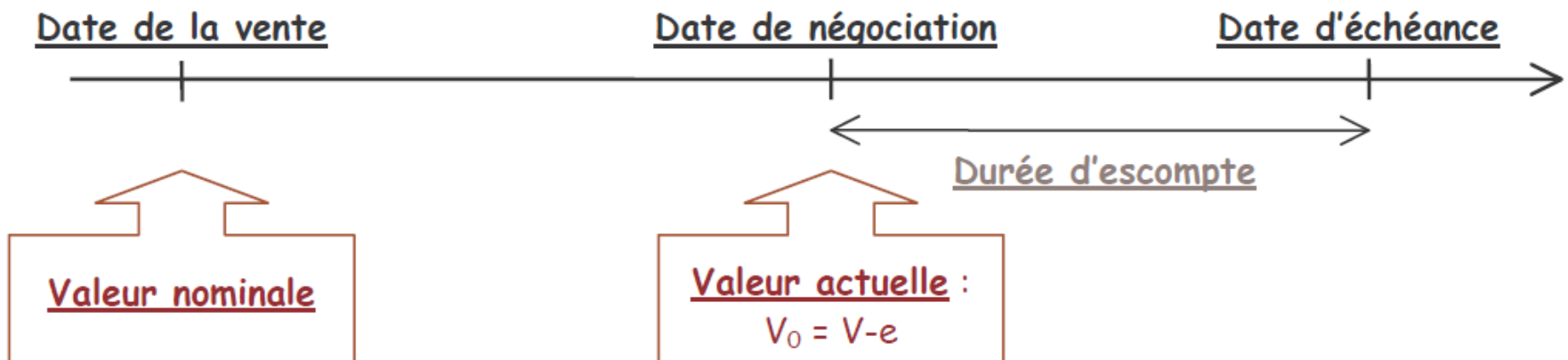
↓                                      ↓

$$V_0 = V - e$$

↑

valeur nominale (en DH)

## Schéma récapitulatif



# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Calcul de l'agio

Dans la pratique la remise d'un effet à l'escompte entraîne des frais financiers, en plus de l'escompte. Ces frais comprennent plusieurs commissions. L'ensemble de l'escompte et des commissions s'appelle l'agio

$$\text{Agio} = \text{Escompte} + \text{Commissions}$$

$$\text{Agio(T. T. C)} = \text{Agio} \times (1 + \text{T. V. A})$$

D'une manière générale, l'agio est composé de l'escompte, diverses commissions et la TVA. Au Maroc, la TVA est appliquée directement sur l'ensemble de l'agio hors taxe qui se compose le plus souvent de: l'escompte, les commissions d'acceptation et de courrier qui sont fixes et par bordereau d'escompte

## Calcul de la valeur nette

$$\text{Valeur nette} = \text{Valeur nominale} - \text{Agio (T. T. C)}$$

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Taux relatifs à l'opération d'escompte

- **Taux réel d'escompte:** le taux réel d'escompte est le taux directement applicable sur la valeur nominale de l'effet et compte tenu du nombre de jours réels qui permet d'obtenir l'agio TTC (Il est le taux réellement appliqué par l'organisme qui escompte l'effet)

$$\text{Agio TTC} = \frac{V \times tr \times \text{Durée réelle}}{360}$$

$$tr = \frac{\text{Agio TTC} \times 360}{V \times \text{Durée réelle}}$$

- **Taux de revient de l'opération pour le client (Tre):** C'est le taux qui appliqué sur la valeur nette négociée et compte tenu du nombre de jours permet d'obtenir l'agio toutes taxes comprises.

$$\text{Agio TTC} = \frac{\text{Valeur Nette} \times tre \times \text{Durée réelle}}{360}$$


$$t_{re} = \frac{\text{Agio TTC} \times 360}{\text{Valeur Nette} \times \text{Durée réelle}}$$

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

- **Taux de placement pour le banquier (tp):** C'est le taux de placement de la somme effectivement prêtée par le banquier. Il dépend de la somme effectivement prêtée, du gain effectif de la banque et de la durée réelle du prêt.

C'est le taux auquel la valeur nette produit un intérêt égal à l'escompte commercial.

$$e = \text{Agio HT} - \text{commissions} = \frac{\text{Valeur Nette} \times tp \times \text{Durée réelle}}{360}$$


$$t_p = \frac{(\text{Agio HT} - \text{commissions}) \times 360}{\text{Valeur Nette} \times \text{Durée réelle}}$$

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## L'escompte rationnel - Valeur actuelle rationnelle

Il existe un calcul plus équitable, mais moins utilisé : l'escompte rationnel.

L'escompte rationnel est un intérêt produit par la valeur actuelle rationnelle.

L'escompte rationnel est la différence entre la valeur nominale et la valeur actuelle rationnelle.

Si nous notons  $e'$  l'escompte rationnel,  $v'$  la valeur actuelle rationnelle et  $V$  la valeur nominale, on a :

$$e' = \frac{v' t n}{360} \quad \text{et } v' = V - e'$$

Remplaçons  $v'$  dans  $e'$  soit  $e' = \frac{(V - e') t n}{360}$

$$\text{Soit } 360 e' = (V - e') t n \quad \Leftrightarrow 360 e' = V t n - e' t n$$

$$360 e' + e' t n = V t n \quad \Leftrightarrow e' (360 + t n) = V t n \quad \Leftrightarrow e' = \frac{V t n}{360 + t n}$$

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

- **Escompte à intérêts composés**

Lorsqu'un effet est payable à une date éloignée (plus d'un an en général), la valeur actuelle à retenir lors de l'opération d'escompte est la valeur actuelle à intérêts composés.

Avec la solution commerciale, l'escompte à intérêts composés  $E$  est égal à la différence entre la valeur nominale  $V$  et la valeur actuelle  $V_a$  :

$$E = V - V_a = V - V(1+i)^{-n} = V [1 - (1+i)^{-n}]$$

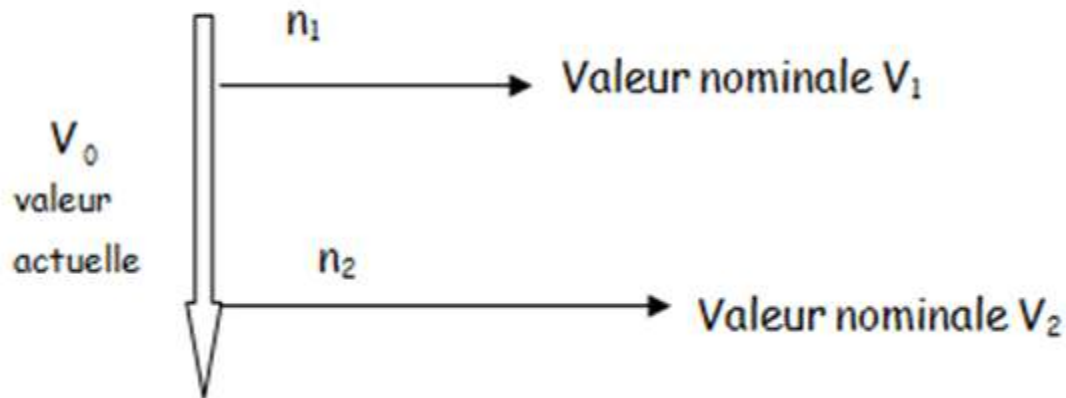
où  $i$  est le taux d'escompte et  $n$  l'échéance à courir de l'effet.



# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

- **Équivalence de deux effets** : Deux effets de commerce sont équivalents à une date donnée ( appelée date d'équivalence) si, escomptés au même taux, ils ont à cette date la même valeur actuelle.

Schéma de l'équivalence :



Date d'équivalence

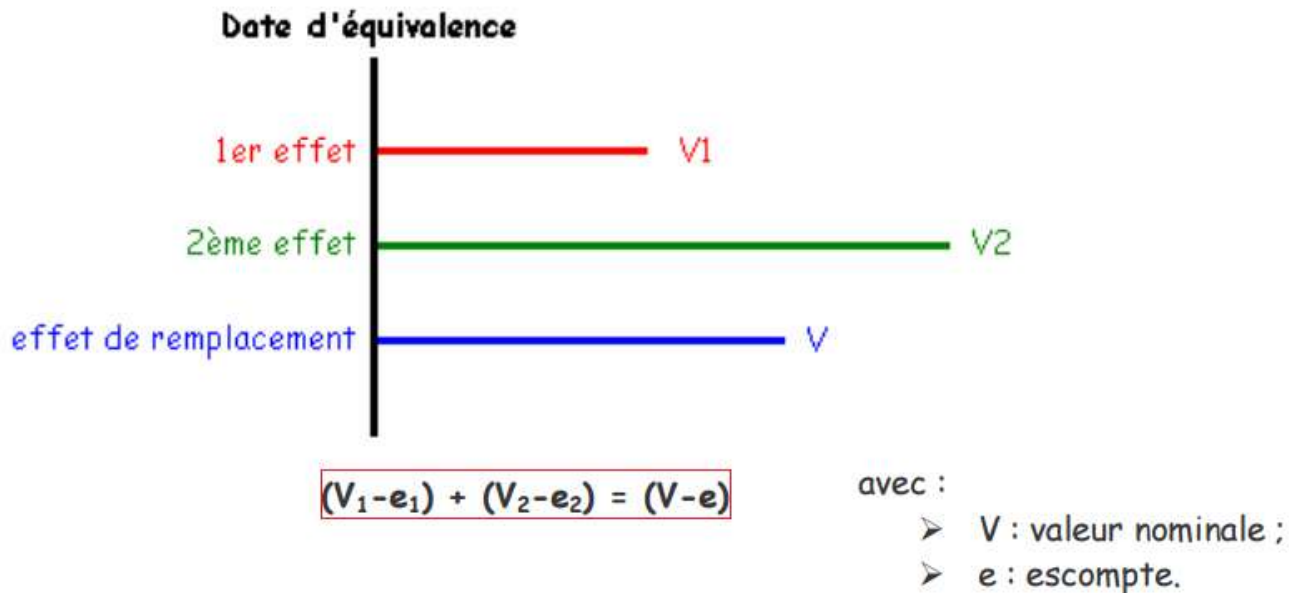
Equation d'équivalence :

$$V_1 - \frac{V_1 \times t \times n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 \times t \times n_2}{360}$$

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

## Équivalence d'un effet à plusieurs autres effets

Un effet est équivalent à plusieurs autres effets à une date donnée si sa valeur actuelle est égale à la somme des valeurs actuelles des autres effets.



## Équivalence de deux groupes d'effets

Deux groupes d'effets sont dits équivalents si et seulement si escompté au même taux et à une même date la somme des valeurs actuelles des effets à remplacer est égale à la somme des valeurs actuelles des effets de remplacement.

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

- Remplacement de plusieurs effets par un effet unique: échéance commune

L'échéance commune est l'échéance d'un effet unique qui, à la date d'équivalence, a une valeur actuelle égale à la somme des valeurs actuelles des effets remplacés

- Cas particulier de l'échéance commune: l'échéance moyenne

L'échéance moyenne de plusieurs effets est un cas particulier de l'échéance commune. On l'obtient lorsque le nominal de l'effet unique est égal à la somme des valeurs nominales des différents effets remplacés

Dans ce cas, on a :  $V = V_1 + V_2 + \dots + V_k$

on obtient

$$n = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i}$$

L'échéance moyenne est indépendante du taux d'escompte et de la date d'équivalence

# Chapitre 3: Escomptes et équivalence des capitaux (ou des effets)

- Équivalence à intérêts composés

- a. Équivalence entre deux capitaux ou deux effets

Equation d'équivalence : valeur actuelle du 1<sup>er</sup> effet = valeur actuelle du 2<sup>nd</sup> effet

$$V_1 (1+i)^{-n_1} = V_2 (1+i)^{-n_2}$$

- b. Équivalence entre plusieurs capitaux et plusieurs autres

Les effets  $V_1, V_2, V_3, \dots$  échéant respectivement dans  $n_1, n_2, n_3, \dots$  période sont équivalents aux effets  $U_1, U_2, U_3, \dots$  échéant respectivement dans  $p_1, p_2, p_3, \dots$  Périodes si la somme des valeurs actuelles des effets  $V$  est égale à la somme des valeurs actuelle des effets  $U$ .

$$\sum_{j=1}^m V_j (1+i)^{-n_j} = \sum_{j=1}^m U_j (1+i)^{-p_j}$$

Série n°2  
L'escompte et l'équivalence des effets

I L'escompte

Exercice 1 :

- a. Un effet de 1 000 DHS au 20 juin est escompté le 20 avril à 14%. Calculer l'escompte commercial et la valeur actuelle commerciale de cet effet.

Solution

Du 20 avril au 20 juin, il y'a 61 jours

Avril	→	30 - 20 = 10 j	/ 61 j
Mai	→	31 j	
juin	→	20 j	

L'escompte commercial se calcule sur la base valeur nominale (V) de l'effet

$$e = \frac{V \cdot t \cdot r}{360} = \frac{1000 \times 0,14 \times 61}{360} = 23,72 \text{ DHS}$$

Si nous désignons par  $V_0$  la valeur actuelle commerciale, nous avons :

$$V_0 = V - e$$

d'où  $V_0 = 1000 - 23,72 = 976,28 \text{ DHS}$

Cet effet subit donc un escompte de 23,72 DHS et a donc une valeur actuelle commerciale égale à 976,28 DHS

- b. Un effet de 1 500 DHS escompté à 15% le 20 octobre 2019 à une valeur actuelle de 1 420 DHS Déterminer la date d'échéance de cet effet.

## Solution

Nous avons  $V_0 = V - e \rightarrow$  escompte

$\downarrow$  valeur actuelle       $\downarrow$  valeur nominale

$$\Leftrightarrow e = V - V_0 = 1500 - 1420 = 80 \text{ DHS}$$

$$\text{or } e = \frac{V \cdot t \cdot n}{360}$$

$$\text{c\`ad } 80 = \frac{1500 \times 0,15 \times n}{360}$$

$$\text{soit } n = 128 \text{ j}$$

L'\'ech\'eance de cet effet se situe donc 128 j apr\es le 20 octobre 2019, soit le 25 f\'evrier 2020

oct	31 - 20 = 11 j	/ 128 j
Nov	30 j	
D\'ec	31 j	
Janv	31 j	
f\'evrier	25 j	

alors la date d'\'ech\'eance est 25 f\'evrier 2020

- c. Combien le banquier remettra-t-il \a son client s'il lui escompte en 29-11-2019 un effet de 100 000 DHS payables au 20-11-2020 en sachant que le taux d'escompte est \e gal \a 9%

## Solution

Calculons d'abord la durée d'escompte entre 29/11/2019 (date d'escompte) et 20/11/2020 (date d'échéance)

Nov → 30 - 29 = 1 j  
Déc → 31 j  
Janv → 31 j  
Fév → 29 j (Fév 2020)  
Mars → 31 j  
Avril → 30 j  
Mai → 31 j  
juin → 30 j  
juillet → 31 j  
août → 31 j  
septembre → 30 j  
octobre → 31 j  
Novembre → 20

$$n = 357 \text{ jours}$$

calculons la valeur actuelle

$$V_0 = V - e = V - \frac{V \cdot t \cdot n}{360}$$

$$= 100000 - \frac{100000 \times 0,09 \times 357}{360}$$

$$= 91075 \text{ DHS}$$

## Exercice 2 :

Soit un effet de commerce de 35 500 DHS échéant le 27 juillet et escompté le 10 avril de la même année, aux conditions suivantes :

- Taux d'escompte = 13%
- Commission de manipulation = 2DHS/ effet
- TVA 7%
- Tenir compte d'un jour de banque
  - Calculer la valeur nette de l'effet

Solution

- Calculons successivement la durée d'escompte, l'escompte, l'agio (HT), l'agio (TTC) et la valeur nette.
- durée d'escompte = 108 j ( 10 avril - 27 juillet)  
avril 30-10=20j  
Mai 31j  
juin 30j  
juillet 27j / 108j
- Escompte:  $e = \frac{V \cdot t \cdot n}{360}$   
 $= \frac{35500 \times 0,13 \times 109}{360}$  (108 + 1)  
 $= 1397,32$  DHS  
↓  
jour de banque  
Commissions + 2 DHS
- Agio (HT) = e + Commissions = 1397,32 + 2 = 1399,32 DHS  
TVA = 7%
- Agio (TTC) = Agio (HT) [ 1 + TVA ]  
 $= 1399,32 [ 1 + 0,07 ] = 1497,26$  DHS
- Valeur nette = V - Agio (TTC) = 35500 - 1497,26 DHS  
 $= 34002,74$  DHS



- Calculer le taux réel d'escompte et le taux de revient

- Si on tient compte dans l'opération d'escompte de l'ensemble des agio, le taux d'escompte pratiqué réellement se trouve majoré.

- Taux réel d'escompte:  $t_r = \frac{\text{Agió(TTC)} \times 360}{\text{Valeur nominale} \times \text{durée réelle}}$

Dans cet exercice

$$t_r = \frac{1497,26 \times 360}{35500 \times 108}$$

$$= 14,05\%$$

→ pas de jour de banque

- Taux de revient :

$$t_{rev} = \frac{\text{Agió(TTC)} \times 360}{\text{Valeur nette} \times \text{durée réelle}}$$

soit dans notre cas

$$t_{rev} = \frac{1497,26 \times 360}{34002,74 \times 108}$$

$$= 14,67\%$$

### Exercice 3 :

Nous souhaitons négocier les deux effets suivants, le 24 juin 2020 :

Effet 1 : Valeur nominale 1 = 4 000 DHS ; échéance 1, le 26 août 2020

Effet 2 : Valeur nominale 2 = 6 000 DHS ; échéance 2, le 18 juillet 2020

Conditions d'application :

- Taux d'escompte = 10%
- Commission de manipulation = 2DHS/ effet
- TVA 7%
- Calculer l'escompte commercial concernant l'effet 1
- Calculer l'escompte commercial concernant l'effet 2
- Calculer l'escompte total et l'agio total (TTC)

Solution

Effet 1

- Durée de l'escompte, du 24 juin au 26 août, soit 63 j ( $n_1$ )
- Escompte de l'effet 1  
$$e_1 = \frac{V_1 \times t \times n_1}{360} = \frac{4000 \times 0,1 \times 63}{360} = 70 \text{ DHS}$$

Effet 2

- Durée de l'escompte du 24 juin au 18 juillet, soit 24 jours ( $n_2$ )
- Escompte de l'effet 2  
$$e_2 = \frac{V_2 \times t \times n_2}{360} = \frac{6000 \times 0,1 \times 24}{360} = 40 \text{ DHS}$$

Escompte total  
$$e = e_1 + e_2 = 70 + 40 = 110 \text{ DHS}$$

Agio (TTC) total = Agio (TTC)<sub>1</sub> + Agio (TTC)<sub>2</sub>

$$\begin{aligned} &= \text{Agio}_1(\text{HT}) [1 + \text{TVA}] + \text{Agio}_2(\text{HT}) [1 + \text{TVA}] \\ &= [1 + \text{TVA}] [\text{Agio}_1(\text{HT}) + \text{Agio}_2(\text{HT})] \\ &= [1 + 0,07] [70 + 2 + 40 + 2] \\ &= 121,98 \text{ DHS} \end{aligned}$$

- Calculer la valeur nette commerciale globale actuelle des deux effets

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad V_{\text{nette globale}} &= V - \text{Agió}_{\text{total}} \text{ (TTC)} \\
 &= 4000 + 6000 - 121,78 \\
 &= 9878,02 \text{ DHS}
 \end{aligned}$$

#### Exercice 4 :

On escompte rationnellement un effet de nominal 3 000 000 DHS échéant dans 4 mois au taux de 7%.

Déterminer l'escompte rationnel et la valeur actuelle rationnelle

Solution

L'escompte rationnel perçu par la banque, lors de l'escompte, est l'intérêt calculé sur le montant réellement versé par la banque, au créancier, appelé valeur actuelle rationnelle dans cette technique, de la manière suivante :

$$e' = \frac{v' \cdot t \cdot n}{360}$$

où  $v'$  est la valeur actuelle rationnelle  
 $t$  est le taux annuel de l'escompte  
 $n$  est la durée de l'escompte

La valeur actuelle rationnelle vérifie la formule :

$$v' = V - e'$$

où  $V$  est la valeur nominale

En combinant les deux formules ci-dessus, on obtient :

$$e' = \frac{V \cdot t \cdot n}{360 + t \cdot n}$$

Soit dans notre exercice  $e' = \frac{3\,000\,000 \times 0,07 \times 120}{360 + 0,07 \times 120}$  4 mois  
↑

$$= 68\,403,90 \text{ DHS}$$

et  $v' = 3\,000\,000 - 68\,403,90 = 2\,931\,596,10 \text{ DHS}$

### Exercice 5 :

- Quel est l'escompte à intérêts composés d'un capital de 200 000 DHS payable dans 5 ans 6 mois ?  
Taux annuel 8%
- On négocie un capital de nominal 10 000 DHS à échéance de 5 ans. Le taux annuel d'escompte est de 3%. Calculer sa valeur actuelle à intérêt composé.
- On négocie un capital de 15 000 DHS à échéance de 4 ans. L'escompte correspondant est de 2 178 DHS. Calculer le taux annuel d'escompte à intérêt composé.
- On négocie un capital de nominal 20 000 DHS. Le taux actuel d'escompte est de 3%, la valeur actuelle est de 14 882 DHS. Calculer l'échéance de ce capital

### Solution

La valeur actuelle à intérêts composés s'écrit de la façon suivante :

$$V_0 = V (1+i)^{-n}$$

où  $V$  est la valeur nominale et  $V_0$  est la valeur actuelle

$i$  est le taux d'intérêt d'escompte  
 $n$  est la durée de l'escompte

L'escompte est donnée par la relation suivante :

$$E = V - V_0 = V [1 - (1+i)^{-n}]$$

$$a) \quad E = 200\,000 [1 - (1+0,08)^{-(5+\frac{6}{12})}]$$
$$= 69\,021,70 \text{ DHS}$$

$$b) \quad V_0 = 10\,000 [1 + 0,03]^{-5} = 86\,26,08 \text{ DHS}$$

$$c) \quad 2\,178 = 15\,000 [1 - (1+i)^{-4}]$$
$$\frac{2\,178}{15\,000} = 1 - (1+i)^{-4} \rightarrow (1+i)^{-4} = 1 - \frac{2\,178}{15\,000}$$

$$\text{soit } 1+i = \left(1 - \frac{2\,178}{15\,000}\right)^{-\frac{1}{4}}$$

$$\text{et } i = \left(1 - \frac{2\,178}{15\,000}\right)^{-\frac{1}{4}} - 1 = 0,04 = 4\%$$

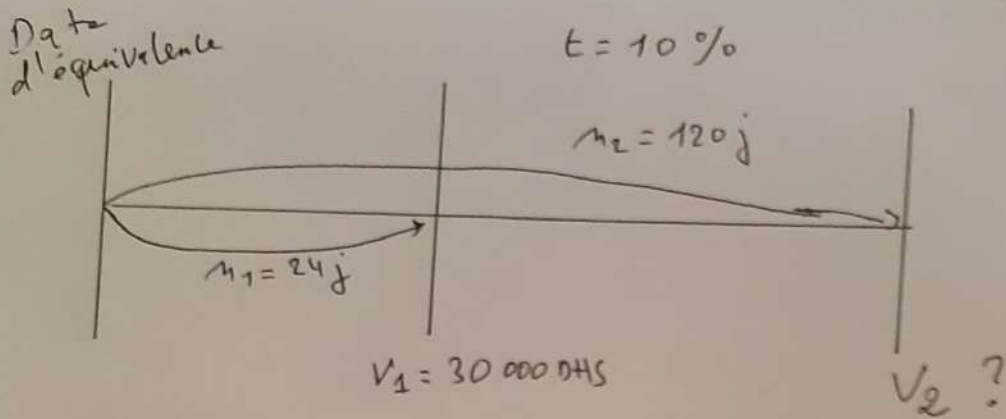
$$d) \quad 14\,882 = 20\,000 (1+0,03)^{-n}$$
$$\rightarrow \frac{14\,882}{20\,000} = (1,03)^{-n} \rightarrow n = \frac{-\ln \frac{14\,882}{20\,000}}{\ln(1,03)}$$

$$= 9,99 \text{ ans} \approx 10 \text{ ans}$$

## II L'équivalence des effets

### Exercice 6 :

Considérons un effet dont la valeur nominale est  $V_1 = 30\,000$  DHS et tel que  $n_1 = 24$  jours. Calculer la valeur nominale, à intérêts simples, d'un effet  $V_2$ , si  $n_2 = 120$  jours et  $t = 10\%$



Rappel : Deux effets sont équivalents à une date donnée, lorsque, escomptés au même taux, ils ont la même valeur actuelle à une date déterminée dite date d'équivalence.

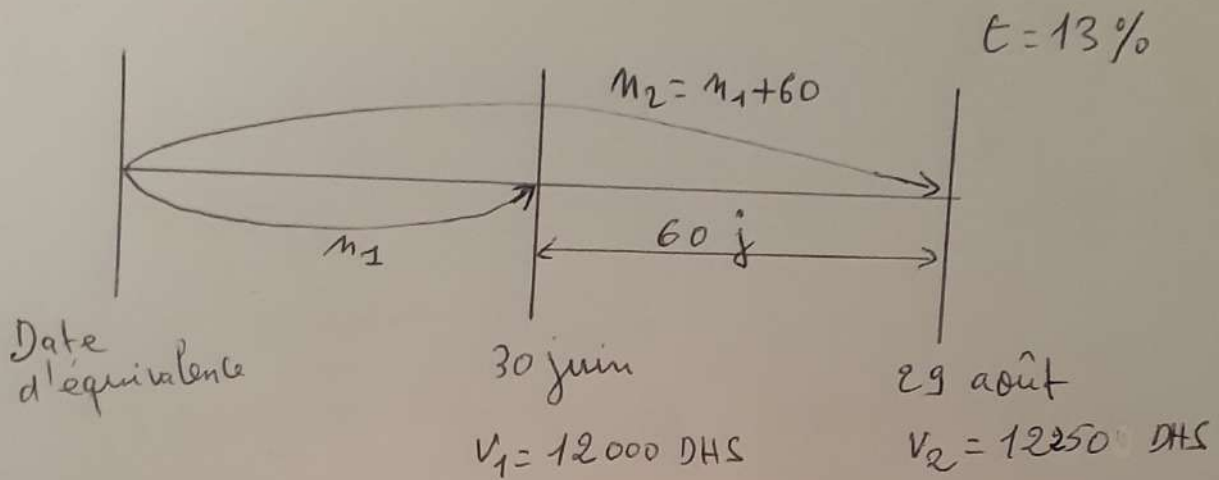
équation d'équivalence :  $V_{01} = V_{02}$   
 $\Leftrightarrow V_1 - e_1 = V_2 - e_2$

$$\Leftrightarrow V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot n_2}{360}$$

$$\Leftrightarrow 30\,000 - \frac{30\,000 \cdot 0,1 \cdot 24}{360} = V_2 - V_2 \cdot \frac{0,1 \cdot 120}{360}$$

Donc,  $V_2 = 30\,827,58$  DHS

Considérons deux effets dont les valeurs nominales sont  $V_1 = 12000$  DHS et  $V_2 = 12250$  DHS. Leurs échéances respectives sont le 30 juin et le 29 août de la même année. Le taux d'escompte est de 13%. Calculer la date d'équivalence, à intérêts simples



On sait que : 
$$V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot n_2}{360}$$

Donc, 
$$12000 - \frac{12000 \times 0,13 \times n_1}{360} = 12250 - \frac{12250 \times 0,13 \times (n_1 + 60)}{360}$$

On trouve,  $n_1 = 60$  j

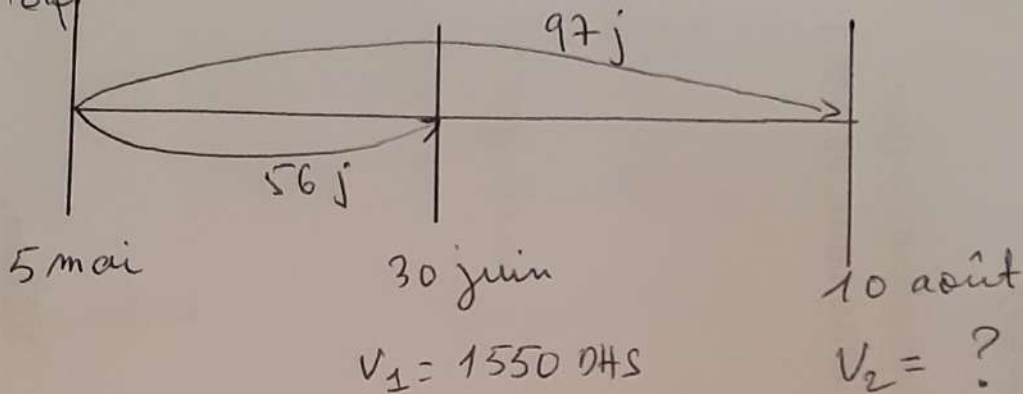
ET 60 j avant le 30 juin = 01 mai de la même année

31 Mai  $\rightarrow 31 - 1 = 30$  j / (Date d'équivalence)  
 30 juin  $\rightarrow 30$  j / 60 j

Un effet de commerce de 1 550 DHS au 30 juin est remplacé par un effet au 10 août le 5 mai. Sachant que le taux d'escompte est égal à 14,5%, calculer le nominal de l'effet de remplacement.

Date d'équivalence

$$t = 14,5\%$$



Du 5 mai au 30 juin, il y'a 56 j  
 Du 5 mai au 10 août, il y'a 97 j

Equation d'équivalence:  $V_1 - \frac{V_1 t n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 t n_2}{360}$

Soit dans notre exemple:

$$1550 - 1550 \cdot \frac{0,145 \cdot 56}{360} = V_2 \left( 1 - \frac{0,145 \cdot 97}{360} \right)$$

On trouve  $V_2 = 1576,63 \text{ DHS}$

Le débiteur désire remplacer un effet de valeur nominale de 75 000 DHS qu'il doit payer dans 60 j par un autre effet de valeur nominale 74 600 DHS. Quelle serait l'échéance de cette nouvelle dette (taux d'escompte 13%)

On a pour l'effet 1 :  $V_1 = 75000$  DHS  
et  $n_1 = 60$  j

On a pour l'effet 2 :  $V_2 = 74600$  DHS  
et  $n_2 = ?$

A l'équivalence, on a :

$$V_1 - \frac{V_1 \cdot t \cdot n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 \cdot t \cdot n_2}{360} \quad (t=13\%)$$

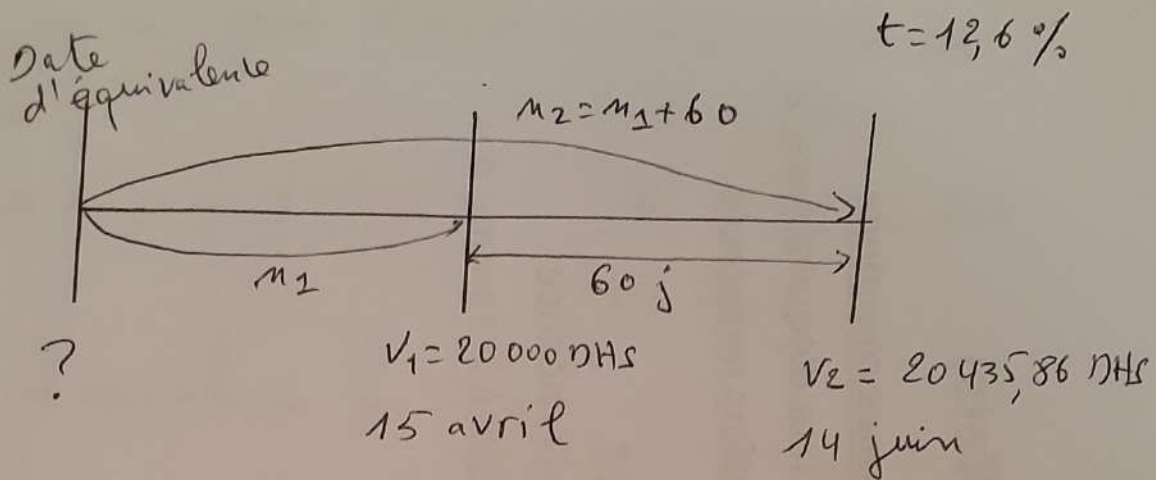
$$\rightarrow 75000 - \frac{75000 \cdot 0,13 \cdot 60}{360}$$

$$= 74600 - \frac{74600 \cdot 0,13 \cdot n_2}{360}$$

$$\text{Donc, } n_2 = 45,47 = 46 \text{ j}$$



A quelle date un effet de valeur nominale 20.000 DHS à échéance du 15 Avril est-il équivalent à un effet de 20 435,86 DHS à échéance du 14 juin de la même année ? Taux d'escompte 12,60%



on a  $n_1 = ?$  et  $n_2 = n_1 + 60$

et on a  $(V_0)_1 = (V_0)_2$

$$V_1 - \frac{V_1 t n_1}{360} = V_2 - \frac{V_2 t n_2}{360}$$

$$\Leftrightarrow 20000 - \frac{20000 \cdot 0,126 \cdot n_1}{360} = 20435,86 - \frac{20435,86 \cdot 0,126 (n_1 + 60)}{360}$$

Après calcul :  $n_1 = 44 \text{ j}$

Donc la date d'équivalence se situe 44 jours avant le 15 avril, soit le 02 mars de la même année

$$\left( \begin{array}{l} \text{Mars } 29 \text{ j} = 31 - 2 \\ \text{avril } 15 \text{ j} \end{array} \right) / 44 \text{ j}$$

### Exercice 7 :

Trois effets sont escomptés le 20 juin à 14% :

- Le premier de 1 800 DHS au 30 juillet ;
- Le deuxième de 1 400 DHS au 15 août ;
- Le troisième de 1 000 DHS au 20 septembre

Le jour de la négociation, ces trois effets sont remplacés par un effet unique.  
Déterminer la date d'échéance de cet effet unique si son nominal est égal à 4 180 DHS.

Diagram illustrating the timeline of cash flows:

- 20 juin à 14%
- 30 juillet  $V_1 = 1800$  DHS
- 15 août  $V_2 = 1400$  DHS
- 20 sept  $V_3 = 1000$  DHS
- effet unique  $V = 4180$  DHS  
Date d'échéance ??

Au 20 juin, on peut écrire l'égalité entre la valeur actuelle de l'effet unique de remplacement et la somme des valeurs actuelles des effets remplacés :

$$V - \frac{V \cdot t \cdot n}{360} = V_1 - \frac{V_1 \cdot t_1 \cdot n_1}{360} + V_2 - \frac{V_2 \cdot t_2 \cdot n_2}{360} + V_3 - \frac{V_3 \cdot t_3 \cdot n_3}{360}$$

Du 20 juin au 30 juillet, il y a 40 jours  
Du 20 juin au 15 août, il y a 56 jours  
Du 20 juin au 20 septembre, il y a 92 jours

Donc,

$$4180 - \frac{4180 \cdot 0,14 \cdot n}{360} = 1800 \left(1 - \frac{0,14 \cdot 40}{360}\right) + 1400 \left(1 - \frac{0,14 \cdot 56}{360}\right) + 1000 \left(1 - \frac{0,14 \cdot 92}{360}\right)$$

Soit  $n = 46$  jours

L'échéance commune se situera 46 jours après le 20 juin soit le 05 août de la même année

( juin 30 - 20 = 10 j / 46 jours )  
juillet 31 j  
août 5 j

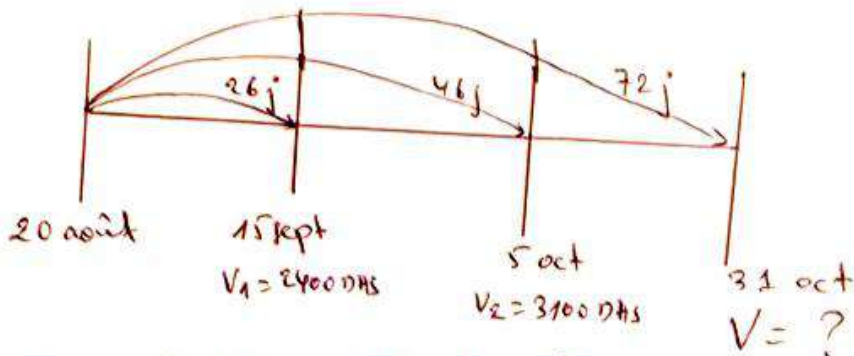
### Exercice 8 :

Le 20 août un effet unique dont l'échéance est le 31 octobre remplace deux effets :

Premier effet : valeur nominale 2 400 DHS, échéance le 15 septembre

Deuxième effet : valeur nominale 3 100 DHS, échéance le 5 octobre

- Calculer la durée d'escompte de chacun des 3 effets
- Ecrire l'équation d'équivalence (taux d'escompte 9,36%)
- Calculer la valeur nominale de l'effet unique



- Du 20 août au 15 sept, il y a 26j  
Du 20 août au 5 oct, il y a 46j  
Du 20 août au 31 oct, il y a 72j

- Équation d'équivalence :

$$V \left( 1 - \frac{t \cdot m}{360} \right) = V_1 \left( 1 - \frac{t \cdot m_1}{360} \right) + V_2 \left( 1 - \frac{t \cdot m_2}{360} \right)$$

$$\text{soit, } V \left( 1 - \frac{0,0936 \cdot 72}{360} \right) = 2400 \left( 1 - \frac{0,0936 \cdot 26}{360} \right) + 3100 \left( 1 - \frac{0,0936 \cdot 46}{360} \right)$$

- Après calculs,  $V = 5550,60 \text{ DHS}$

### Exercice 9:

Quelle est l'échéance moyenne des 2 effets ?

Premier effet : valeur nominale 4 500 DHS, échéance le 30 septembre

Deuxième effet : valeur nominale 3 000 DHS, échéance le 31 décembre

Date d'équivalence 6 août

Taux d'escompte 11,25%

L'échéance moyenne de plusieurs effets est un cas particulier de l'échéance commune. On l'obtient quand la valeur nominale de l'effet unique de remplacement est égale à la somme des valeurs nominales des effets remplacés.

Soit dans notre exercice :

$$V - \frac{V t m}{360} = V_1 - \frac{V_1 t m_1}{360} + V_2 - \frac{V_2 t m_2}{360}$$

$$\text{et } V = V_1 + V_2$$

$$\text{d'où } V_1 + V_2 - \frac{(V_1 + V_2) t m}{360} = V_1 - \frac{V_1 t m_1}{360} + V_2 - \frac{V_2 t m_2}{360}$$

$$\text{Donc } \frac{(V_1 + V_2) t m}{360} = \frac{V_1 t m_1}{360} + \frac{V_2 t m_2}{360}$$

$$\text{Alors } m = \frac{V_1 m_1 + V_2 m_2}{V_1 + V_2}$$

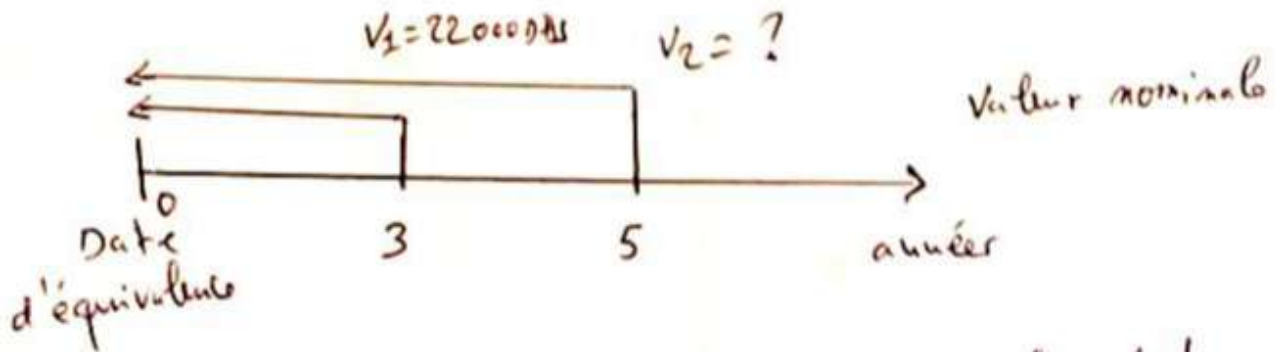
Du 6 août au 30 sept, il y a 55j et du 06 août au 31 déc, il y a 147j

$$\rightarrow m = \frac{4500 \times 55 + 3000 \times 147}{4500 + 3000} = 91,8 = 92 \text{ j}$$

L'échéance moyenne se situera 92j après le 06 août, soit le 06 novembre de la même année

### Exercice 10 :

On veut remplacer aujourd'hui un effet, dont la valeur nominale est  $V_1 = 22\,000$  DHS et dont l'échéance est dans 3 ans, par un autre effet de nominal  $V_2$  dont l'échéance est dans 5 ans, au taux d'intérêt annuel  $i=10\%$  (intérêts composés). Calculer  $V_2$



1<sup>er</sup> effet : valeur actuelle à la date d'équivalence  $V_1(1+i)^{-n_1}$

2<sup>e</sup> effet :  $V_2(1+i)^{-n_2}$

A la date d'équivalence (même taux)

$$V_1(1+i)^{-n_1} = V_2(1+i)^{-n_2}$$

$$\text{Soit } 22000(1,1)^{-3} = V_2(1,1)^{-5}$$

Après calculs,  $V_2 = 26620$  DHS

### Exercice 11 :

On veut remplacer aujourd'hui les effets 1 et 2 tels que  $V_1 = 40\,000$  DHS et dont l'échéance est dans 3 ans, et  $V_2 = 30\,000$  DHS dont l'échéance est dans 5 ans, par un effet unique  $V_3$  dont l'échéance est dans 6 ans, au taux d'intérêt annuel  $i=10\%$  (intérêts composés). Calculer  $V_3$

Rappel :

Un effet est équivalent à intérêts composés, à une date déterminée, à un ensemble de plusieurs effets si la valeur actuelle de ce capital est égale à la somme des valeurs des autres effets.

Soit dans notre exercice :

$$V_1 (1+i)^{-3} + V_2 (1+i)^{-5} = V_3 (1+i)^{-6}$$

(même taux d'escompte)

Donc,  $40\,000 (1,1)^{-3} + 30\,000 (1,1)^{-5} = V_3 (1,1)^{-6}$

Après calculs,  $V_3 = 86\,240$  DHS

### Exercice 12:

Un débiteur qui doit s'acquitter des dettes suivantes : 25 000 DHS ; 20 000 DHS et 40 000 DHS payables respectivement dans 1 an, 1 an 6 mois et 2 ans 6 mois obtient de son créancier de se libérer par un paiement unique dans 5 ans.

- Calculer la valeur nominale de ce paiement unique au taux de 6% l'an
- Déterminer l'échéance pour un paiement unique de 150 000 DHS

1) Equation d'équivalence

$$V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + V_3(1+i)^{-n_3} = V(1+i)^{-n}$$

Soit ce paiement unique

$$V(1,06)^{-5} = 25000(1,06)^{-1} + 20000(1,06)^{-1,5} + 40000(1,06)^{-2,5}$$

$$\text{Soit } V = \frac{76488,69}{(1,06)^{-5}} = 102359,12 \text{ DHS}$$

2) Echéance unique pour un paiement de 150 000 DHS

Equation d'équivalence :

$$V_1(1+i)^{-n_1} + V_2(1+i)^{-n_2} + V_3(1+i)^{-n_3} = V(1+i)^{-n}$$

Soit, pour  $V = 150000 \text{ DHS}$ ,

$$76488,69 = 150000(1,06)^{-n}$$

$$\text{Soit } (1,06)^{-n} = 0,509925$$

$$\rightarrow -n \ln(1,06) = \ln(0,509925)$$

$$\rightarrow n = 11,558349 \text{ ans}$$

Soit  $n = 11 \text{ ans } 6 \text{ mois } 21 \text{ jours}$

L'échéance obtenue sera appelée échéance commune car 150000 DHS est différente de la somme de (25000 DHS + 20000 DHS + 40000 DHS)

<http://gestionfi.over-blog.com/article-1217215.html>

<http://www.fdc.ma/FDC/coursdistant/supportsprof/hasnaaBenomar/Cours%20et%20TD%20math%C3%A9matiques%20financi%C3%A8res%20Hasnaa%20Benomar%202020.pdf>

<https://math.univ-lille1.fr/~liousse/Ex%201-13.pdf>

<http://4gestionacademy.com/wp-content/uploads/2014/03/mathematiques-financieres.pdf>

<https://fr.slideshare.net/mahmoudostad7/math-finan-i>

<https://tcetsgedakhla.blogspot.com/2018/04/math-financier-tp-13-avec-corrige.html>