

Université Abdelmalek Essaâdi ,
Faculté .S.J.E.S Tétouan ,
Licence fondamentale en Sciences Economiques et Gestion.
Année universitaire 2020 - 2021

Travaux Dirigés 1 : Statistique Descriptive

Exercice 1

Quelle est la nature des caractères ci-dessous?

Nombre d'actions vendues chaque jour à la bourse

Rémunérations des enseignants d'un lycée

Indicateur du moral des ménages

Ecart de rémunérations entre hommes et femmes

Les pays de l'Union européenne

Les niveaux de formation des salariés

Les formes de contrat de travail

Taux de croissance du PIB

Prix à la consommation

Solde commercial

Nombre de personnes par ménages

Exercice 2

On relève l'âge des personnes atteintes par le virus A (H1N1)

15 19 31 30 16 15
23 18 25 30 17 18
25 19 23 16 25 22
30 11 23 23 15 18
18 25 22 23 22 15

Faire l'étude statistique c'est-à-dire:

- Expliquer quel est le caractère étudié. Est-il qualitatif ou quantitatif ? Est-il discret ou continu?
- Transformer les données brutes en un tableau donnant les effectifs et les fréquences correspondant à chaque valeur prise par le caractère.
- Représenter graphiquement les données.
- Déterminer la fonction de répartition (fréquence cumulée).

Exercice 3

Les salaires mensuels en dirhams des 50 employés d'une entreprise sont donnés par le tableau suivant :

Salaires en DH	Nombre employés
0 -1500	3
1500-3000	15
3000 -4500	20
4500 -6000	8
6000 -7500	4

1-Calculer :

- Tous les types de fréquences.
- Les centres des classes.

2-Représenter l'histogramme et le polygone des fréquences.

3-Quel est le pourcentage des employés qui ont un salaire :

- Inférieur à 3000 DH/mois ?
- Entre 3000 et 4500 DH/mois ?

- Inférieur à 2800 DH/mois ?

Exercice 4

La distribution des salaires mensuels dans une entreprise est donnée par le tableau suivant (en Dhs) :

$a_{i-1}; a_i[$	n_i
< 5000	12
[5000; 6000[15
[6000; 7000[27
[7000; 8000[33
[8000; 9000[30
[9000; 10000[20
> 10000	13

- 1- Calculer les fréquences relatives et les fréquences relatives cumulées croissantes.
- 2- Quel est le pourcentage des salariés qui gagnent moins de 7000 Dhs/mois ?

Exercice 5

La distribution, en pourcentage, de 50 employés d'une entreprise selon leurs salaires mensuels (en dirhams) est donnée par le tableau suivant :

Salaires en DH compris entre	Pourcentages des employés
0 -1500	6%
1500-3000	30%
3000 -4500	40%
4500 -6000	16%
6000 -7500	8%

- 1- Calculer les fréquences relatives et déduire les différents effectifs.
- 2- Calculer les fréquences relatives cumulées croissantes et représenter leur courbe.
- 3- Quel est le salaire le plus fréquent ?
- 4- Quel est le salaire médian ?
- 5- Déterminer le salaire moyen par la méthode directe et par un changement d'origine convenable.

Exercice 6

La population marocaine est passée, entre 1994 et 2004 de 26 019 000 à 29 800 000.

Quel est le taux global d'augmentation de la population pendant les 10 années.

Quel est le taux annuel moyen d'augmentation de la population.

Exercice 7

Calcul du cout moyen d'un stok.

Calculer le cout moyen d'une pièce de rechange stockée dans le magasin de l'entreprise si l'on suppose que le stock ait été approvisionné, à différents prix, en plusieurs étapes.

Etapas	Nombre de pièces achetées	Prix unitaires des pièces
N° 1	10	12,35 DH
N° 2	25	13,12 DH
N° 3	20	13,46 DH
N° 4	45	14,07 DH

Exercice 8

Le chiffre d'affaire d'une entreprise a augmenté de 5% les deux premières années, de 7% les trois années suivantes et de 4% l'année d'après. Quelle est, en pourcentage, son augmentation annuelle moyenne?

Exercice 9

Le chiffre d'affaire d'une entreprise a subi les augmentations annuelles suivantes :

Année	Augmentation en %
2003	4%
2003	5%
2004	6%
2005	5%
2006	4%

Calculer son taux de croissance moyen.

Exercice 10

Une entreprise produit un certain bien. Elle dispose de 3 usines A, B et C dont les rendements sont 20 unités par jour pour A, 32 pour B et 40 pour C. L'usine A a produit 8000 unités, l'usine B a produit 9600 et C a produit 12000, pendant une période déterminée.

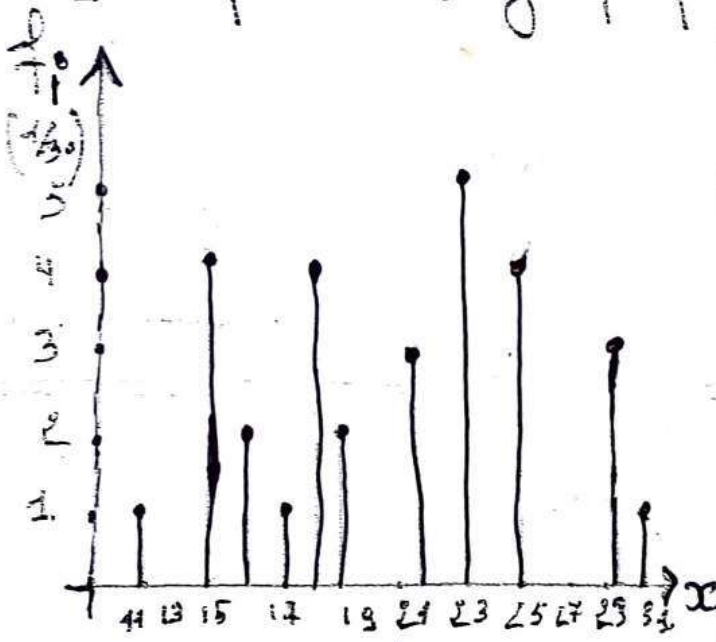
Quel est le rendement moyen de cette entreprise pendant cette période ? (Justifier le choix de la méthode utilisée).

EX: 9 a) Le caractère étudié est le caractère "âge", il est quantitatif discret (si on suppose que l'on n'accepte que des nombres entiers). Le tableau de données utilisables pour les statisticiens est:

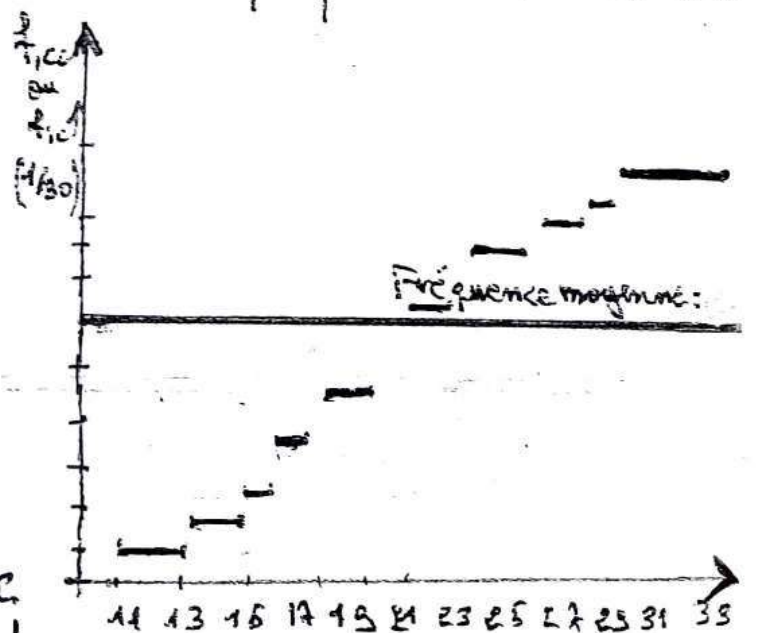
b)

Age	Effectif (n _i)	Fréquence (f _i)	F. Cumul. f _{ic}
11	1	1/30	1/30
15	4	4/30	5/30
16	1	1/30	6/30
17	1	1/30	7/30
18	4	4/30	11/30
19	2	2/30	13/30
20	3	3/30	16/30
23	5	5/30	21/30
25	4	4/30	25/30
30	3	3/30	28/30
31	1	1/30	1
Totale	30	$\sum f_i = 1$	1

c) Représentons graphiquement la fréquence et le distributeur



↑
 Valeurs prises



Fréquence moyenne:

↑
 Valeurs prises

d) ↗

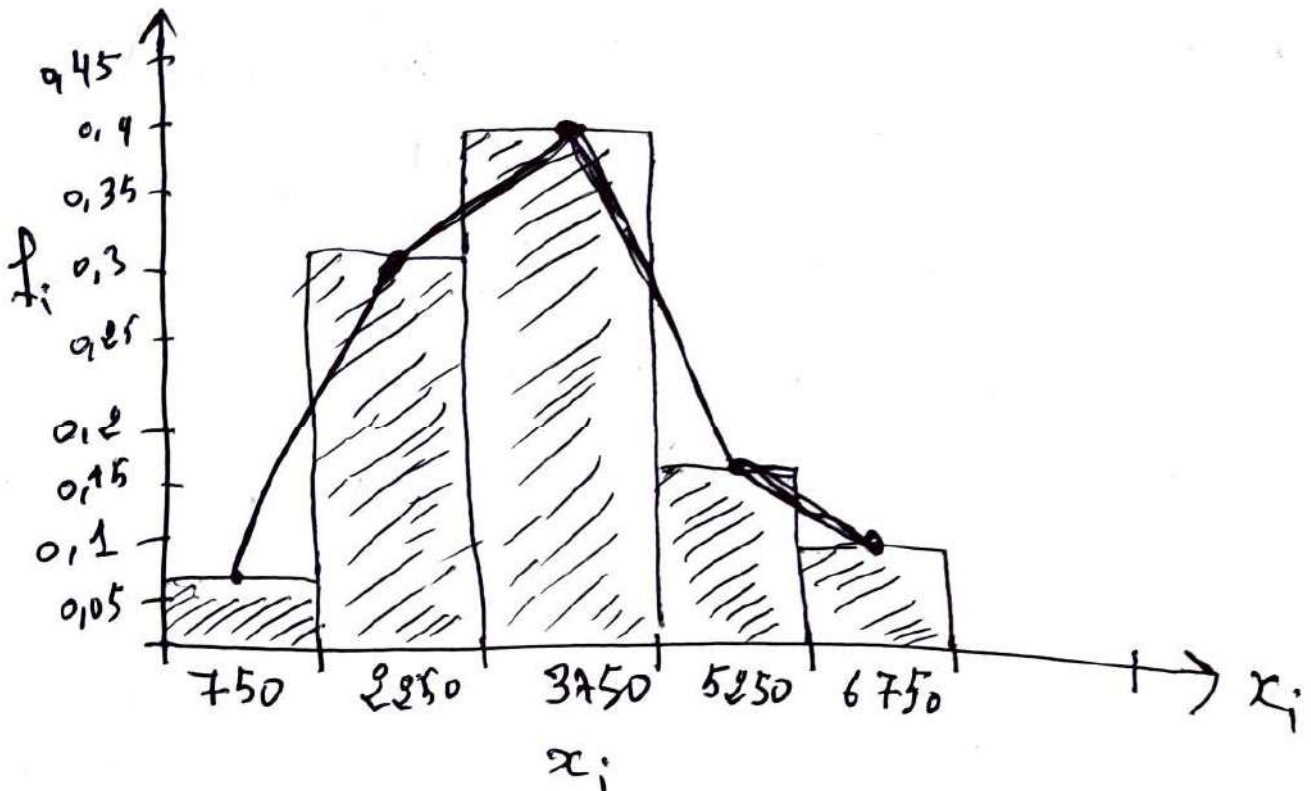
EX: 3

- 1) a) Tous les type de fréquences.
 b) Les centres des classes.



$[e_{i-1}; e_i[$	n_i	c_i	f_i	$F_i \uparrow$
$[0; 1500[$	3	750	0,06	0,06
$[1500; 3000[$	15	2250	0,3	0,36
$[3000; 4500[$	20	3750	0,4	0,75
$[4500; 6000[$	8	5250	0,16	0,92
$[6000; 7500[$	4	6750	0,08	1
Total	N=50	//////	1	//////

2) Représentation de l'histogramme et le polygone des fréq;



3) Quel est le pourcentage des employés qui ont un salaire
a) inférieur à 3000 DH/mois?

- A partir du tableau, de la colonne f_{ic} , en face de la classe $[1500; 3000[$, on a la valeur 0,36.
- Alors le pourcentage des employés qui ont un salaire inférieur à 3000 DH/mois est :
 $0,36 \times 100 = 36\%$.

b) Supérieur à 4500 DH/mois?

- A partir du tableau, de la colonne f_{ic} , en face de la classe $[4500; 6000[$, on a la valeur 0,24.
- Alors le pourcentage des employés qui ont un salaire supérieur à 4500 DH/mois est :

$$0,24 \times 100 = \underline{\underline{24\%}}$$

⇒ entre $[3000; 4500[$?

- A partir du tableau, de la colonne f_i , en face de la classe $[3000; 4500[$, on a la valeur 0,4.
- Alors le pourcentage des employés qui ont un salaire entre 3000 et 4500 DH/mois est : $0,4 \times 100 = \underline{\underline{40\%}}$.

c) Salaire inférieur à 2800 DH/mois

• Comme on a le terme inférieur on doit chercher dans la colonne des f_i , mais on n'a pas la classe $[1500; 2800[$, pour prendre la valeur d'en face. Alors, à l'aide d'une règle de trois, on a :

$$[1500; 3000[\longrightarrow 0,36$$

$$[1500; 2800[\longrightarrow x$$

$$\Rightarrow x = \frac{2800 \times 0,36}{3000} = 0,336$$

⇒ Alors le pourcentage des employés qui ont un salaire inférieur à 2800 DH/mois est :

$$0,34 \times 100 = \underline{\underline{34\%}}$$

Ex: 4

1) $[e_{i-1}; e_i[$	n_i	f_i	$f_{i,c\uparrow}$	$f_{i,c\downarrow}$
< 5000	12	0,08	0,08	1
$[5000; 6000[$	15	0,1	0,18	0,92
$[6000; 7000[$	27	0,18	0,36	0,82
$[7000; 8000[$	33	0,22	0,58	0,64
$[8000; 9000[$	30	0,2	0,78	0,42
$[9000; 10000[$	20	0,133	0,913	0,22
> 10000	13	0,087	1	0,087
Total	$N=150$	1	//////	//////

2) Quel est le pourcentage de salariés qui gagnent moins de 7000 DH_s/mois?

- A partir du tableau, de la colonne $f_{i,c\uparrow}$, en face de la classe $[6000; 7000[$, on a la valeur 0,36 \Rightarrow
- Alors le pourcentage de salariés qui gagnent moins de 7000 DH_s/mois est : $0,36 \times 100 = 36\%$.

3) gagnent plus de 8000 DH_s/mois?

- A partir du tableau, de la colonne $f_{i,c\downarrow}$, en face de la classe $[8000; 9000[$ on a la valeur 0,42 \Rightarrow
- Alors le pourcentage de salariés qui gagnent plus de 8000 DH_s/mois est : $0,42 \times 100 = 42\%$.

EX: 5

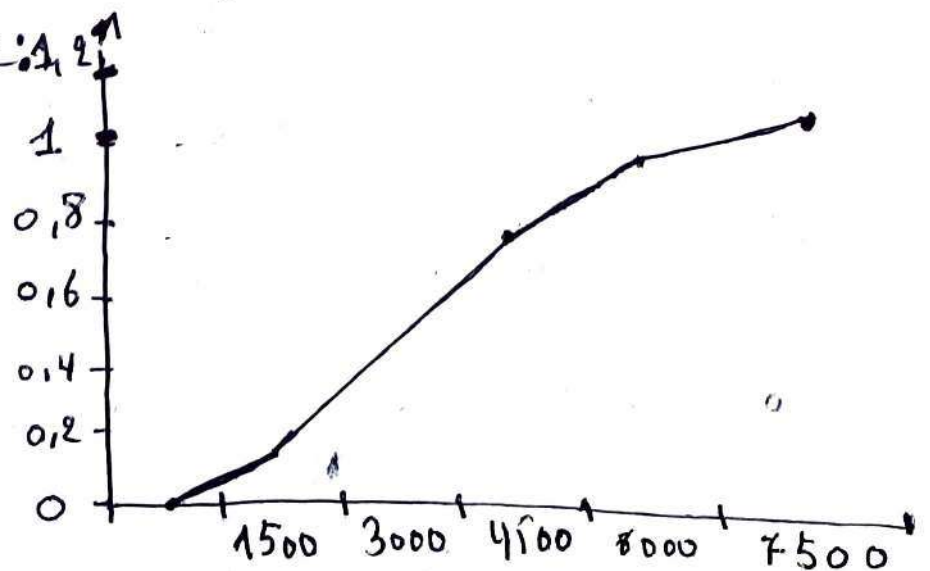
1) d'après le cours : $P = f \times 100 \Rightarrow f = \frac{P}{100} \Rightarrow f = \frac{6}{100} = 0,06$

et d'après le cours : $\frac{n}{N} = f \Rightarrow n = N \times f = N \times \frac{P}{100}$

\Rightarrow d'où : $n = N = \frac{P}{100} \Rightarrow n_1 = 50 \times \frac{6}{100} = 3$

$[e_{i-1}; e_i[$	n_i	f_i	$F_{i,cc}$	C_i	$n_{i,cc}$	$n_i C_i$	$C_i - C_{i-1} = c'_i$	$n_i c'_i$
$[0; 1500[$	3	0,06	0,06	750	3	2250	-3000	-9000
$[1500; 3000[$	15	0,3	0,36	2250	18	33750	-1500	-22500
$[3000; 4500[$	20	0,4	0,76	3750	38	75000	0	0
$[4500; 6000[$	8	0,16	0,92	5250	46	42000	1500	12000
$[6000; 7500[$	4	0,08	1	6750	50	27000	3000	12000
Total	50	1				180000		-7500

2) Les valeurs de fréquences relatives croissantes sont données dans le table précédent et leur courbe est la suivante :



3) le salaire le plus fréquent correspond au mode. la classe modale est $[3000; 4500[$ qui a la fréquence la plus grande. on applique la formule suivante:

$$M_0 = e_{i-1} + \frac{h_{i-1} + h_{i+1}}{h_{i+1}} \cdot a_i$$

$$= 3000 + \frac{0,3 + 0,16}{0,16} \times 1500 = 3521,74$$

donc le salaire le plus fréquent est 3521,74.

4) on divise $\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$ et on cherche cette valeur entre les $n_{i,c}^{\uparrow}$; dans ce cas on le trouve pas exactement, donc la 1^{re} valeur supérieure à 25 entre les $n_{i,c}^{\uparrow}$ est 38, elle correspond à la classe $[3000; 4500[$ (classe médiane) et on applique la

formule: $M_c = e_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - n_{i-1,c}^{\uparrow}}{h_i} \cdot a_i$

$$M_c = 3000 + \frac{25 - 18}{20} \cdot 1500$$

$$= 3525$$

donc le salaire médian est 3525 DH.

5) on calcule la moyenne arithmétique;

• d'abord par la méthode directe.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k h_i c_i \quad \text{avec } k = \underline{\underline{5}}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 n_i C_i$$

$$= \frac{180000}{50}$$

$$= 3600$$

\Rightarrow le salaire moyen est 3600 DA

- on calcule la moyenne arithmétique par changement d'origine :

$$\bar{X}' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 n_i C'_i$$

$$= \frac{-7500}{50}$$

$$= -150$$

donc $\bar{X} = \bar{X}' + C_3$

$$\Rightarrow \bar{X} = -150 + 3750 = 3600$$

\Rightarrow le salaire moyen est 3600 DA.

EX: 6

→ Entre 1994 et 2004, le taux global d'accroissement de la population marocaine est:

$$t = \frac{29800 - 26019}{26019} \times 100 = 14,53\%$$

⇒ le taux d'accroissement annuel moyen est t tel que:

$$26019 \times (1+t)^{10} = 29800$$

$$(1+t)^{10} = \frac{29800}{26019} = 1,1453$$

$$\Rightarrow t = \sqrt[10]{1,1453} - 1 = 0,0137 = 1,37\%$$

⇒ Entre 1994 et 2004, la population marocaine a augmenté en moyenne, de 1,37% par an :

EX: 7

⇒ Comme le coût est un rapport, montrons que le coût moyen est la moyenne harmonique pondérée des différents coûts. En effet, les coûts moyens sur quels les pièces de rechange ont été achetées sont relatifs à des lots de différentes tailles, ce qui fait que ces coûts doivent être affectés de différents poids.



EX:3

- le caractère étudié est "chiffre d'affaires" sur la population des adhérents de la fédération.
- Il est quantitatif continu.

Chiffre d'affaire (x_i)	Centre de classe (c_i)	Fréquences (f_i)	($x_i \cdot f_i$)	($x_i^2 \cdot f_i$)
[0,00 ; 0,25[0,125	0,203	0,025	0,000
[0,25 ; 0,50[0,375	0,158	0,059	0,022
[0,50 ; 1,50[1,00	0,166	0,166	0,166
[1,50 ; 2,00[1,75	0,229	0,400	0,701
[2,00 ; 5,00[3,5	0,148	0,518	1,813
[5,00 ; 10,00[7,5	0,049	0,368	2,756
[10,00 ; 15,00[12,5	0,047	0,587	7,344
Total		1,000	2,123	12,08

on trouve :

M_e : médiane $\in [0,50; 1,50[\approx 1,66$

M_o : Mode $\in [1,50; 2,00[\approx 1,75$

Va : Variance = $12,08 - (2,123)^2 = 7,57$

écart-type = 2,75



Convenons d'appeler, dans ce qui suit, pour le P₀,
 C_{u_i} le coût unitaire, C_{t_i} le coût total et n_i le nombre de
 pièces de rechange achetées.

Nous avons l'égalité suivante évidente relative
 aux nombres de pièces de rechange :

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = \sum_{i=1}^4 n_i$$

Or comme $n_i = \frac{C_{t_i}}{C_{u_i}}$ on a : $n = \frac{C_t}{C_u} = \sum_{i=1}^4 \frac{C_{t_i}}{C_{u_i}}$

En divisant les 2 membres de la dernière égalité par
 C_t et en posant $q_i = \frac{C_{t_i}}{C_t}$ on trouve la
 formule recherchée, à savoir :

$$\frac{1}{C_u} = \sum_{i=1}^4 \frac{C_{t_i}}{C_t} \cdot \frac{1}{C_{u_i}} = \sum_{i=1}^4 q_i \cdot \frac{1}{C_{u_i}}$$

Avec par exemple :

$$q_2 = \frac{C_{t_2}}{\sum_{i=1}^4 C_{t_i}} = \frac{25 \times 13,12}{10 \times 12,35 + 25 \times 13,12 + 20 \times 13,46 + 45 \times 14,07} = 0,2422$$

→ le coût moyen d'approvisionnement de la pièce de rechange
 est, après calculs, égal à : 13,51 DH/unité.

EX: 8

L'augmentation moyenne annuelle est une moyenne géométrique :

$$G = \sqrt[6]{(1,05)^2 \cdot (1,07)^3 \cdot (1,04)}$$

$$\Rightarrow G = 1,0582$$

→ soit un taux de croissance 5,82% approximativement.

EX: 9

L'augmentation annuelle moyenne est donnée par :

$$G = \sqrt[5]{(1,04)^2 \cdot (1,06) \cdot (1,05)^2} \in \left(\begin{array}{l} \text{moyenne} \\ \text{géométrique} \end{array} \right)$$
$$\approx 1,048$$

→ soit un taux de croissance de 4,8% approximativement.

Ex: 10

$$\text{Donc: } n_A = 8000$$

$$n_B = 9600$$

$$n_C = 12000$$

$$x_A = 20$$

$$x_B = 32$$

$$x_C = 40$$

D'après le cours:
$$H = \frac{N}{\frac{n_A}{x_A} + \frac{n_B}{x_B} + \frac{n_C}{x_C}}$$

$$\Rightarrow H = \frac{8000 + 12000 + 9600}{\frac{8000}{20} + \frac{9600}{32} + \frac{12000}{40}} = \frac{29600}{1000} = \underline{\underline{29,6}}$$

est le rendement moyen de cette entreprise pendant cette période.

Ex: 11

La moyenne appropriée pour ce calcul est la moyenne harmonique:

$$H = \frac{N}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2}} \quad \text{avec: } n_1 = 500 \quad ; \quad n_2 = 1000$$

$$x_1 = 400 \quad ; \quad x_2 = 350$$

Alors:
$$H = \frac{1500}{\frac{500}{400} + \frac{1000}{350}} = \frac{1500}{1,25 + 2,86} \approx 365$$

\Rightarrow 365 Livre/heure en moyenne.

• Si on avait utilisé la moyenne arithmétique \Rightarrow

$$\bar{x} = \frac{1}{N} (n_1 x_1 + n_2 x_2) = 366$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{H < \bar{x}}}$$