

Université Abdelmalek Essaâdi,
Faculté des Sciences Juridiques, Économiques et Sociales de Tétouan
 Année universitaire 2019-2020.
 Centre d'Examen -Targuiste.

Matière	Echantillonnage et Estimation	Code d'Examen	E
Groupe	A et B	Cocher comme ça	•
Professeur	Dakkon Mohamed	Pas comme ça	⊗ ⊙ ⊖

* Une seule réponse est correcte pour chacune des questions

Exercice 1 :(4 points)

On suppose que le montant X des dépôts mensuels de chaque client dans une agence bancaire suit une loi normale de moyenne m et d'écart-type σ ; m et σ sont inconnus et on suppose de les estimer en tirant au hasard n clients parmi les titulaires de compte de dépôt. Soit X_i la variable aléatoire: montant des dépôts du client $N^{\circ}i$, variant de 1 à n .

Q1:L'estimateur habituel de m est: A 6 B 8 C 10

Q2:L'estimateur habituel de σ est: A $\sqrt{10,8}$ B $\sqrt{12,8}$ C $\sqrt{14,8}$

On a tiré au hasard 10 clients et obtenu les montants suivants des dépôts exprimés en DH:

4700; 6900; 13500; 22000; 10000; 12000; 14000; 18000; 8600; 9000

Q3:La moyenne m de la population est estimée par \bar{x} est: A 11870 B 11780 C 11078

Q4:L'écart-type σ de la population est estimée par S' est: A 5227,5 B 5225,7 C 5222,7

Exercice 2 :(6 points)

La consommation d'essence en ($L/100km$) d'un certain modèle d'automobile est distribuée selon une loi normale. On note la consommation de 25 voitures de ce modèle. On obtient une moyenne d'échantillon de $8,7L/100km$ et un écart-type corrigé d'échantillon de $0,09L/100km$. On demande: d'Estimer la variance de la population par intervalle avec 90%.

Q5:la taille d'échantillon: A 25 B 8,7 C 0,09

Q6:La moyenne d'échantillon: A 8,7 B 0,09 C 25

Q7:L'écart-type corrigé d'échantillon: A 0,09 B 100 C 8,7

Q8:Le niveaux de confiance est:

A $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$

B $\alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$

C $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025$

Q9:La statistique $Z = \frac{(n-1)\hat{S}^2}{\sigma^2}$ suivant la loi : A $\chi^2(25)$ B $\chi^2(24)$ C $N(0,1)$

Q10:A l'aide de la table de la loi d'un $\chi^2(24)$, on détermine:

A $x_1 = 13,58$ et $x_2 = 36,42$ tel que $:P(Z \geq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

B $x_1 = 13,84$ et $x_2 = 36,41$ tel que $:P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

C $x_1 = 13,84$ et $x_2 = 36,41$ tel que $:P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

Q11:L'intervalle de confiance pour la variance est:

A $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)\hat{S}_2^2}{x_2}, \frac{(n-1)\hat{S}_1^2}{x_1} \right]$

B $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)\hat{S}_2^2}{x_2}, \frac{(n-1)\hat{S}_1^2}{x_1} \right]$

C $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n)\hat{S}_2^2}{x_2}, \frac{(n)\hat{S}_1^2}{x_1} \right]$

Q12:Donc L'intervalle de confiance pour la variance avec proba 0,9 est:

A $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(24)(0,09)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,09)^2}{13,85} \right]$

B $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(24)(0,1)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,1)^2}{13,85} \right]$

C $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(25)(0,09)^2}{36,42}, \frac{(25)(0,09)^2}{13,85} \right]$

Q13:Donc L'intervalle de confiance pour la l'écart-type avec proba 0,9 est:

A $\sigma \in [0,0053; 0,012]$ avec proba 0,90

B $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,1

C $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,90

Exercice 3 :(10 points)

La moyenne d'un échantillon aléatoire de taille 36 est de 100 et l'écart-type de la population est 24. On demande: de trouver un intervalle de confiance pour la moyenne de la population pour au seuil de probabilité de 90%.

Q14:La taille de l'échantillon est:

- A 36 B 100 C 24 D 2

Q15:La moyenne observée sur l'échantillon est:

- A 100 B 36 C 24 D 90

Q16:L'écart type de la population est:

- A 24 B 100 C 36 D 10

Q17:Le niveaux de confiance est:

- A $\alpha = 90\%$ B $1 - \alpha = 90\%$ C $1 + \alpha = 90\%$ D $\alpha = 10\%$

Q18:Le seuils de risque:

- A $1 - \alpha = 90\%$ B $\alpha = 90\%$ C $\alpha = 10\%$ D $1 + \alpha = 10\%$

Q19:L'intervalle de confiance de m au seuil de $1 - \alpha$ est formulé comme:

- A $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x}) \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x})) = \alpha$
 B $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(x) \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(x)) = 1 - \alpha$
 C $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x}) \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x})) = 1 - \alpha$

Q20:D'après l'énoncé de l'exercice le tirage est : A sans remise B avec remise

Q21:D'après la Q20, L'intervalle de confiance est reformulée comme:

- A $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$
 B $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$
 C $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

Q22:La loi de la variable aléatoire X définie au niveau de la population est: A inconnue B connue

Q23:L'échantillon prélevé de cette population va suivre une loi:

- A normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(x)$.En effet $\bar{x} \sim N(E(x); \sigma(x))$
 B normale de paramètre $E(\bar{x})$ et $\sigma(\bar{x})$.En effet $\bar{x} \sim N(E(\bar{x}); \sigma(\bar{x}))$
 C normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(\bar{x})$.En effet $\bar{x} \sim N(E(x); \sigma(\bar{x}))$

Q24:D'après la Q23 : A $(\frac{x-E(x)}{\sigma(x)}) \sim N(0; 1)$ B $(\frac{\bar{x}-E(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}) \sim N(0; 1)$ C $(\frac{\bar{x}-E(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}) \sim Student(n - 1)$

Q25:La valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est donnée par la table de la : A loi normale B loi Student C loi $\chi^2(n)$

Q26:Donc la valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est:

- A 1,96 B 2,58 C 1,64 D 2,776

Q27:Si on remplace $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$, σ , N et n par leurs valeurs, L'intervalle de confiance de la moyenne m de la population au risque de 10% est donné comme:

- A $P(13,76 \leq m \leq 15,46) = 0,90$
 B $P(96,45 \leq m \leq 103,56) = 0,90$
 C $P(93,44 \leq m \leq 106,56) = 0,90$

Q28:Interpréter:

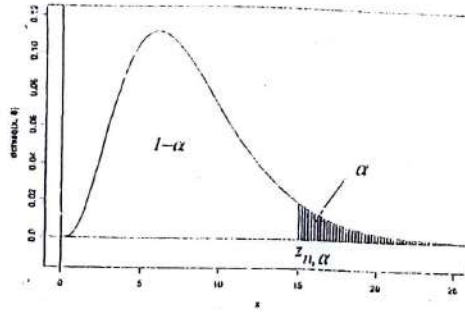
- A On a 90 chances sur 100 pour que la moyenne de m de la population soit compris entre 93,44 et 106,56
 B On a 90 chances sur 100 pour que la moyenne de m de la population soit compris entre 13,76 et 15,46
 C On a 90 chances sur 100 pour que la moyenne de m de la population soit compris entre 96,45 et 103,56

« Bon courage »

TABLE DE LA LOI DU χ^2

X étant une variable aléatoire de loi du χ^2 à n degrés de liberté, et α un réel de $[0,1]$,
la table donne la valeur $z_{n,\alpha} = F_{\chi^2_n}^{-1}(1-\alpha)$, telle que $P(X > z_{n,\alpha}) = \alpha$.

En R, la commande correspondante est `qchisq(1-alpha, n)`.



$n \backslash \alpha$	0.995	0.990	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.00004	0.0002	0.001	0.004	0.02	0.06	0.15	0.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.80
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.45	0.71	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.01	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.65	2.19	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.82	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.31	11.72	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.15	12.62	15.34	18.42	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.00	13.53	16.34	19.51	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	12.86	14.44	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	13.72	15.35	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	14.58	16.27	19.34	22.77	25.01	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	15.44	17.18	20.34	23.86	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	16.31	18.10	21.34	24.94	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	17.19	19.02	22.34	26.02	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	18.06	19.94	23.34	27.10	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	18.94	20.87	24.34	28.17	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	19.82	21.79	25.34	29.25	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	20.70	22.72	26.34	30.32	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	21.59	23.65	27.34	31.39	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	22.48	24.58	28.34	32.46	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	23.36	25.51	29.34	33.53	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70

Pour $n > 30$, on admet que :

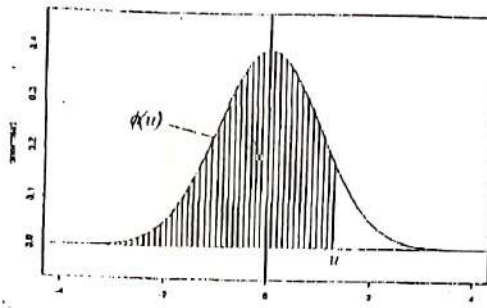
$$z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(u_{2\alpha} + \sqrt{2n-1})^2 \text{ si } \alpha < \frac{1}{2}$$

$$z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(\sqrt{2n-1} - u_{2(1-\alpha)})^2 \text{ si } \alpha \geq \frac{1}{2}$$

TABLE I DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

U étant une variable aléatoire de loi $N(0,1)$, la table donne la valeur de $\Phi(u) = P(U \leq u)$.

En R, la commande correspondante est `pnorm(u)`.



u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Grandes valeurs de u

u	3.0	3.5	4.0	4.5
$\Phi(u)$	0.9987	0.99977	0.999968	0.999997