Université Abdelmalek Essaâdi,
Faculté des Sciences Juridiques, Économiques et Sociales de Tétouan
Année universitaire 2019-2020.
Centre d'Examen -Chefchaouen.

Matière	Echantillonnage et Estimation	Code d'Examen	B
Groupe	A et B	Cocher comme ça	$\bullet$
Professeur	Dakkon Mohamed	Pas comme ça	$\otimes \oslash \ominus$

$\ast$ Une seule réponse est correcte pour chacune des questions

Exercice 1 :(4 points)
On considère l'échantillon statistique (1, 0, 2, 1, 1, 0, 1, 0, 0).
Q1:La moyenne de la population est: A $\frac{2}{3}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{3}{2}$
Q2:La variance empiriques est: A $\frac{2}{9}$ B $\frac{4}{9}$ C $\frac{2}{3}$
En supposant que les données de cet échantillon sont des réalisations d'une variable de loi inconnue .
Q3:L'estimation non biaisée de l'espérance de cette loi est: A $\frac{2}{3}$ B $\frac{4}{9}$ C $\frac{1}{2}$
Q4:L'estimation non biaisée de la variance de cette loi est: A $\frac{1}{2}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$

Exercice 2 :(6 points)
Une entreprise comporte un grand nombre d'employés avec un système de pointage des heures d'arrivée. Chaque employé doit arriver à 8h. On a relevé le retard d'un échantillon de 25 employés. On a obtenu un retard moyen de 6,47 min pour un écart-type moyen 1,12 min. A partir de ces informations,On demande: de donner un intervalle de confiance au seuil de 0,9 pour l'écart-type du temps de retard.
Q5:la taille d'échantillon: A 25 B 6,47 C 1,12
Q6:La moyenne d'échantillon: A $6,47$ B $1,12$ C 25
Q7:L'écart-type d'échantillon: A $1,12$ B 25 C $6,47$
Q8:Le nivaux de confiance est:
A $1-\alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$
B $\alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$
C $1-\alpha = 0,1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$
Q9:La statistique $Z = \frac{25S_{25}^2}{\sigma^2}$ suivant la loi : A $\chi^2(25)$ B $\chi^2(24)$ C $N(0,1)$
Q10:A l'aide de la table de la loi d'un $\chi^2(24)$, on détermine:
A $x_1 = 13,848$ et $x_2 = 36,415$ tel que :$P(Z \geq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$
B $x_1 = 13,845$ et $x_2 = 36,417$ tel que :$P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$
C $x_1 = 13,843$ et $x_2 = 36,418$ tel que :$P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$
Q11:L'intervale de confiance pour la variance est:
A $I_c(\sigma^2) = [\frac{(n)S^2}{x_2}, \frac{(n)S^2}{x_1}]$
B $I_c(\sigma^2) = [\frac{(n-1)\widehat{S}^2}{x_2}, \frac{(n-1)\widehat{S}^2}{x_1}]$
C $I_c(\sigma^2) = [\frac{(n)\widehat{S}^2}{x_2}, \frac{(n)\widehat{S}^2}{x_1}]$
Q12:Donc L'intervale de confiance pour la variance avec proba 0,9 est:
A $I_c(\sigma^2) = [\frac{(24)(0,09)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,09)^2}{13,85}]$
B $I_c(\sigma^2) = [\frac{(24)(0,1)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,1)^2}{13,85}]$
C $I_c(\sigma^2) = [\frac{(25)(1,12)^2}{36,415}, \frac{(25)(1,12)^2}{13,848}]$
Q13:Donc L'intervale de confiance pour l'écart-type avec proba 0,9 est:
A $\sigma \in [0,012; 1,022]$ avec proba 0,9
B $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,1
C $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,9

Exercice 3 :(10 points)
On tire un échantillon de taille $n = 200$ dans une population d'effectif $N = 650$. Sur cet échantillon on trouve les résultats suivants:

$$\sum_{i=1}^{n} n_i x_i = 8247 \ \ et \ \ \sum_{i=1}^{n} n_i x_i^2 = 341745.$$

La varaible étudiée X représent les salaires versés aux employés dans une entreprise donnée. On demande: de donner l'intervalle de confiance au risque $\alpha = 5\%$ se rapportant à l'estimation de la moyenne des salaires dans cette entreprise.

Q14:La taille de la population est: $\boxed{\text{A}}$ 200 $\boxed{\text{B}}$ 650 $\boxed{\text{C}}$ 8247 $\boxed{\text{D}}$ 341745

Q15:La taille de l'échantillon est: $\boxed{\text{A}}$ 200 $\boxed{\text{B}}$ 650 $\boxed{\text{C}}$ 341754 $\boxed{\text{D}}$ 8247

Q16:La moyenne observée sur l'échantillon est: $\boxed{\text{A}}$ 41,235 $\boxed{\text{B}}$ 60 $\boxed{\text{C}}$ 72

Q17:L'écart type de l'échantillon est: $\boxed{\text{A}}$ $\sqrt{8,4}$ $\boxed{\text{B}}$ $\sqrt{2,7}$ $\boxed{\text{C}}$ $\sqrt{3,6}$

Q18:Le nivaux de confiance est: $\boxed{\text{A}}$ $\alpha = 95\%$ $\boxed{\text{B}}$ $1 - \alpha = 95\%$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha = 5\%$ $\boxed{\text{D}}$ $1 - \alpha = 5\%$

Q19:L'intervalle de confiance de m au seuile de $1 - \alpha$ est formulé comme:

$\boxed{\text{A}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(\overline{x}) \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(\overline{x})) = \alpha$

$\boxed{\text{B}}$ $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(x) \leq m \leq x - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(x)) = 1 - \alpha$

$\boxed{\text{C}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(\overline{x}) \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\sigma(\overline{x})) = 1 - \alpha$

Q20:D'après l'énoncé de l'exercice le tirage est : $\boxed{\text{A}}$ sans remise $\boxed{\text{B}}$ avec remise

Q21:D'après la Q20, L'intervalle de confiance est reformulée comme:

$\boxed{\text{A}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = \alpha$

$\boxed{\text{B}}$ $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

$\boxed{\text{C}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

Q22:L'écart-typr de la population est: $\boxed{\text{A}}$ inconnue $\boxed{\text{B}}$ connue

Q23:L'estimateur sans biais de l'écart-typr de la population sous le mode de tirage est:

$\boxed{\text{A}}$ $S'' = \sqrt{S^2.\frac{n}{n-1}.\frac{N-1}{N}} \quad \Rightarrow S'' = 2,90$

$\boxed{\text{B}}$ $S' = \sqrt{S^2.\frac{n-1}{n}.\frac{N-1}{N}} \quad \Rightarrow S' = 1,90$

Q24:D'après la Q23, L'intervalle de confiance est reformulée comme:

$\boxed{\text{A}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = \alpha$

$\boxed{\text{B}}$ $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S''}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S''}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

$\boxed{\text{C}}$ $P(\overline{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S'}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \overline{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}.\frac{S'}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

Q25:La loi de la variable aléatoire X définie au niveau de la population est: $\boxed{\text{A}}$ inconnue $\boxed{\text{B}}$ connue

Q26:L'échantillon prélevé de cette population va suivre une loi:

$\boxed{\text{A}}$ normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(x)$.En effet $\overline{x} \sim N(E(x); \sigma(x))$

$\boxed{\text{B}}$ normale de paramètre $E(\overline{x})$ et $\sigma(\overline{x})$.En effet $\overline{x} \sim N(E(\overline{x}); \sigma(\overline{x}))$

$\boxed{\text{C}}$ normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(\overline{x})$.En effet $\overline{x} \sim N(E(x); \sigma(\overline{x}))$

Q27:D'après la Q11 : $\boxed{\text{A}}$ $(\frac{x-E(x)}{\sigma(x)}) \sim N(0;1)$ $\boxed{\text{B}}$ $(\frac{\overline{x}-E(\overline{x})}{\sigma(\overline{x})}) \sim N(0;1)$ $\boxed{\text{C}}$ $(\frac{\overline{x}-E(\overline{x})}{\sigma(\overline{x})}) \sim Student(n-1)$

Q28:La valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est donnée par la table de la : $\boxed{\text{A}}$ loi normale $\boxed{\text{B}}$ loi Student $\boxed{\text{C}}$ loi $\chi^2(n)$

Q29:Donc la valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est: $\boxed{\text{A}}$ 1,96 $\boxed{\text{B}}$ 2,58 $\boxed{\text{C}}$ 1,64 $\boxed{\text{D}}$ 2,776

Q30:Si on remplace $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$,(S'' ou S'), N et n par leurs valeurs, L'intervalle de confiance de la moyenne m de la population au risque de 10% est donné comme:

$\boxed{\text{A}}$ $P(40,90 \leq m \leq 41,57) = 0,95$

$\boxed{\text{B}}$ $P(12,45 \leq m \leq 13,56) = 0,05$

$\boxed{\text{C}}$ $P(59,61 \leq m \leq 60,38) = 0,95$

Q31:Interpréter:

$\boxed{\text{A}}$ On a 95 chances sur 100 pour que le salaire moyen des employés de cette entreprise soit compris entre 40,90 et 41,57

$\boxed{\text{B}}$ On a 95 chances sur 100 pour que le salaire moyen des employés de cette entreprise soit compris entre 58,22 et 59,13

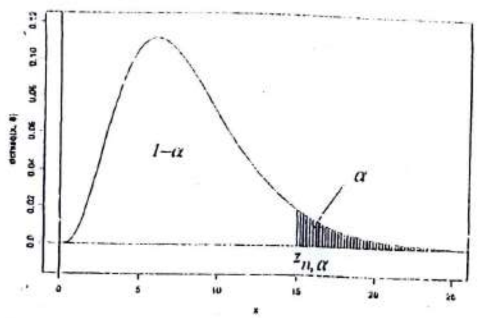
$\boxed{\text{C}}$ On a 5 chances sur 100 pour que le salaire moyen des employés de cette entreprise soit compris entre 12,45 et 13,56.

≪ Bon courage ≫

TABLE DE LA LOI DU χ^2

X étant une variable aléatoire de loi du χ^2 à n degrés de liberté, et α un réel de $[0,1]$, la table donne la valeur $z_{n,\alpha} = F^{-1}_{\chi^2_n}(1-\alpha)$, telle que $P(X > z_{n,\alpha}) = \alpha$.

En R, la commande correspondante est `qchisq(1-alpha,n)`.



n \ α	0.995	0.990	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.00004	0.0002	0.001	0.004	0.02	0.06	0.15	0.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.80
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.45	0.71	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.01	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.65	2.19	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.82	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.31	11.72	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.15	12.62	15.34	18.42	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.00	13.53	16.34	19.51	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	12.86	14.44	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	13.72	15.35	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	14.58	16.27	19.34	22.77	25.04	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	15.44	17.18	20.34	23.86	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	16.31	18.10	21.34	24.94	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	17.19	19.02	22.34	26.02	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	18.06	19.94	23.34	27.10	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	18.94	20.87	24.34	28.17	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	19.82	21.79	25.34	29.25	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	20.70	22.72	26.34	30.32	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	21.59	23.65	27.34	31.39	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	22.48	24.58	28.34	32.46	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	23.36	25.51	29.34	33.53	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70

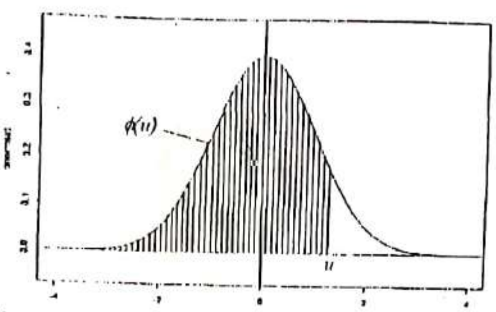
Pour $n > 30$, on admet que : $z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}\left(u_{2\alpha} + \sqrt{2n-1}\right)^2$ si $\alpha < \frac{1}{2}$

$z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{2n-1} - u_{2(1-\alpha)}\right)^2$ si $\alpha \geq \frac{1}{2}$

TABLE I DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

U étant une variable aléatoire de loi $N(0,1)$, la table donne la valeur de $\Phi(u) = P(U \leq u)$.

En R, la commande correspondante est pnorm(u).



u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Grandes valeurs de u

u	3.0	3.5	4.0	4.5
$\Phi(u)$	0.9987	0.99977	0.999968	0.999997