

Université Abdelmalek Essaâdi,

Faculté des Sciences Juridiques, Économiques et Sociales de Tétouan

Année universitaire 2019-2020.

Centre d'Examen -Tétouan.

Matière	Echantillonnage et Estimation	Code d'Examen	A
Groupe	A et B	Cocher comme ça	•
Professeur	Dakkon Mohamed	Pas comme ça	⊗ ⊙ ⊖

* Une seule réponse est correcte pour chacune des questions

Exercice 1 :(4 points)

Un population est constituée des 5 nombres:2;3;6;8;11.On considère tous les échantillon aléatoires non exhaustifs de taille 2 :

Q1:La moyenne de la population est: A 6 B 8 C 10

Q2:L'écart-type de la population est: A $\sqrt{10,8}$ B $\sqrt{12,8}$ C $\sqrt{14,8}$

Q3:La moyenne de la distribution d'échantillonnage des moyenne dans le cas d'un tirage indépendant est:

A 6 B 8 C 10

Q4:L'écart-type de la distribution d'échantillonnage des moyenne dans le cas d'un tirage indépendant est:

A $\sqrt{5,4}$ B $\sqrt{6,4}$ C $\sqrt{7,4}$

Exercice 2 :(6 points)

Une entreprise comporte un grand nombre d'employés avec un système de pointage des heures d'arrivée. Chaque employé doit arriver à 8h. On a relevé le retard d'un échantillon de 25 employés. On a obtenu un retard moyen de 6,47 min pour un écart-type moyen 1,12 min. A partir de ces informations, On demande de donner un intervalle de confiance au seuil de 0,9 pour l'écart-type du temps de retard.

Q5:la taille d'échantillon: A 25 B 6,47 C 1,12

Q6:La moyenne d'échantillon: A 6,47 B 1,12 C 25

Q7:L'écart-type d'échantillon: A 1,12 B 25 C 6,47

Q8:Le niveaux de confiance est:

A $1 - \alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$

B $\alpha = 0,9 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$

C $1 - \alpha = 0,1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05$

Q9:La statistique $Z = \frac{25S_{25}^2}{\sigma^2}$ suivant la loi : A $\chi^2(25)$ B $\chi^2(24)$ C $N(0,1)$

Q10:A l'aide de la table de la loi d'un $\chi^2(24)$, on détermine:

A $x_1 = 13,848$ et $x_2 = 36,415$ tel que $P(Z \geq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

B $x_1 = 13,845$ et $x_2 = 36,417$ tel que $P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

C $x_1 = 13,843$ et $x_2 = 36,418$ tel que $P(Z \leq x_2) = 0,05$ et $P(Z \leq x_1) = 0,05$

Q11:L'intervalle de confiance pour la variance est:

A $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n)S_2^2}{x_2}, \frac{(n)S_1^2}{x_1} \right]$

B $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)\widehat{S}_2^2}{x_2}, \frac{(n-1)\widehat{S}_1^2}{x_1} \right]$

C $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(n)\widehat{S}_2^2}{x_2}, \frac{(n)\widehat{S}_1^2}{x_1} \right]$

Q12:Donc L'intervalle de confiance pour la variance avec proba 0,9 est:

A $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(24)(0,09)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,09)^2}{13,85} \right]$

B $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(24)(0,1)^2}{36,42}, \frac{(24)(0,1)^2}{13,85} \right]$

C $I_c(\sigma^2) = \left[\frac{(25)(1,12)^2}{36,415}, \frac{(25)(1,12)^2}{13,848} \right]$

Q13:Donc L'intervalle de confiance pour la l'écart-type avec proba 0,9 est:

A $\sigma \in [0,012; 1,022]$ avec proba 0,9

B $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,1

C $\sigma \in [0,927; 1,505]$ avec proba 0,9

Exercice 3 : (10 points)

Un échantillon aléatoire de 36 étudiants, choisi sans remise d'une classe de 72 étudiants, a un poids moyen de 60 kg. On sait que l'écart-type de tous les étudiants de la classe est de 2 kg.

On demande: de trouver un intervalle de confiance pour le poids moyen de la classe au seuil de confiance de 90%.

Q14: La taille de la population est:

- A 36 B 60 C 72 D 90 E 2

Q15: La taille de l'échantillon est:

- A 36 B 72 C 60 D 2 E 90

Q16: La moyenne observée sur l'échantillon de 36 étudiants est:

- A 2 B 60 C 72 D 90 E 36

Q17: L'écart type de la population est:

- A 4 B 2 C 36 D 16 E 72

Q18: Le niveau de confiance est:

- A $\alpha = 90\%$ B $1 - \alpha = 90\%$ C $1 + \alpha = 90\%$ D $\alpha = 10\%$ E $1 - \alpha = 10\%$

Q19: Le seuil de risque:

- A $1 - \alpha = 90\%$ B $\alpha = 90\%$ C $\alpha = 10\%$ D $1 + \alpha = 10\%$ E $1 - \alpha = 10\%$

Q20: L'intervalle de confiance de m au seuil de $1 - \alpha$ est formulé comme:

A $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x}) \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x})) = \alpha$

B $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(x) \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(x)) = 1 - \alpha$

C $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x}) \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sigma(\bar{x})) = 1 - \alpha$

Q21: D'après l'énoncé de l'exercice le tirage est : A sans remise B avec remise

Q22: D'après la Q19, L'intervalle de confiance est reformulé comme:

A $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = \alpha$

B $P(x - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq x + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

C $P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq m \leq \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}) = 1 - \alpha$

Q23: La loi de la variable aléatoire X définie au niveau de la population est: A inconnue B connue

Q24: L'échantillon prélevé de cette population va suivre une loi:

A normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(x)$. En effet $\bar{x} \sim N(E(x); \sigma(x))$

B normale de paramètre $E(\bar{x})$ et $\sigma(\bar{x})$. En effet $\bar{x} \sim N(E(\bar{x}); \sigma(\bar{x}))$

C normale de paramètre $E(x)$ et $\sigma(\bar{x})$. En effet $\bar{x} \sim N(E(x); \sigma(\bar{x}))$

Q25: D'après la Q11 : A $(\frac{x-E(x)}{\sigma(x)}) \sim N(0; 1)$ B $(\frac{\bar{x}-E(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}) \sim N(0; 1)$ C $(\frac{\bar{x}-E(\bar{x})}{\sigma(\bar{x})}) \sim Student(n-1)$

Q26: La valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est donnée par la table de la : A loi normale B loi Student C loi $\chi^2(n)$

Q27: Donc la valeur de $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est:

- A 1,96 B 2,58 C 1,64 D 2,776

Q28: Si on remplace $Z_{1-\frac{\alpha}{2}}$, σ , N et n par leurs valeurs, L'intervalle de confiance de la moyenne m de la population au risque de 10% est donné comme:

A $P(13,76 \leq m \leq 15,46) = 0,90$

B $P(12,45 \leq m \leq 13,56) = 0,10$

C $P(59,61 \leq m \leq 60,38) = 0,90$

D $P(58,22 \leq m \leq 59,13) = 0,90$

Q29: Interpréter:

A On a 90 chances sur 100 pour que le poids moyen de tous les étudiants de la classe soit compris entre 59,61 et 60,38

B On a 10 chances sur 100 pour que le poids moyen de tous les étudiants de la classe soit compris entre 12,45 et 13,56

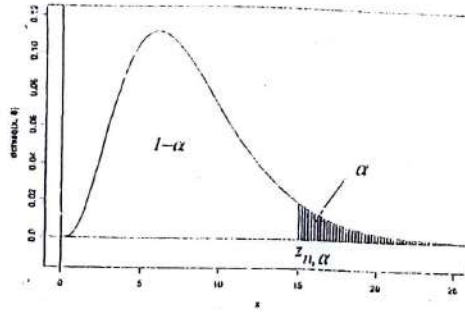
C On a 90 chances sur 100 pour que le poids moyen de tous les étudiants de la classe soit compris entre 13,76 et 15,46

« Bon courage »

TABLE DE LA LOI DU χ^2

X étant une variable aléatoire de loi du χ^2 à n degrés de liberté, et α un réel de $[0,1]$,
la table donne la valeur $z_{n,\alpha} = F_{\chi^2_n}^{-1}(1-\alpha)$, telle que $P(X > z_{n,\alpha}) = \alpha$.

En R, la commande correspondante est `qchisq(1-alpha, n)`.



$n \backslash \alpha$	0.995	0.990	0.975	0.95	0.9	0.8	0.7	0.5	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001
1	0.0004	0.0002	0.001	0.004	0.02	0.06	0.15	0.46	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.80
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	0.45	0.71	1.39	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60	13.82
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	1.01	1.42	2.37	3.66	4.64	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84	16.27
4	0.21	0.30	0.48	0.71	1.06	1.65	2.19	3.36	4.88	5.99	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86	18.47
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	2.34	3.00	4.35	6.06	7.29	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75	20.52
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	3.07	3.83	5.35	7.23	8.56	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55	22.46
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	6.35	8.38	9.80	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28	24.32
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.53	7.34	9.52	11.03	13.36	15.51	17.53	20.09	21.95	26.12
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	8.34	10.66	12.24	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59	27.88
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	9.34	11.78	13.44	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19	29.59
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	10.34	12.90	14.63	17.28	19.68	21.92	24.72	26.76	31.26
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	11.34	14.01	15.81	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30	32.91
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	12.34	15.12	16.98	19.81	22.36	24.74	27.69	29.82	34.53
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.82	13.34	16.22	18.15	21.06	23.68	26.12	29.14	31.32	36.12
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.31	11.72	14.34	17.32	19.31	22.31	25.00	27.49	30.58	32.80	37.70
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.15	12.62	15.34	18.42	20.47	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27	39.25
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.09	12.00	13.53	16.34	19.51	21.61	24.77	27.59	30.19	33.41	35.72	40.79
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	12.86	14.44	17.34	20.60	22.76	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16	42.31
19	6.84	7.63	8.91	10.12	11.65	13.72	15.35	18.34	21.69	23.90	27.20	30.14	32.85	36.19	38.58	43.82
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	14.58	16.27	19.34	22.77	25.01	28.41	31.41	34.17	37.57	40.00	45.31
21	8.03	8.90	10.28	11.59	13.24	15.44	17.18	20.34	23.86	26.17	29.62	32.67	35.48	38.93	41.40	46.80
22	8.64	9.54	10.98	12.34	14.04	16.31	18.10	21.34	24.94	27.30	30.81	33.92	36.78	40.29	42.80	48.27
23	9.26	10.20	11.69	13.09	14.85	17.19	19.02	22.34	26.02	28.43	32.01	35.17	38.08	41.64	44.18	49.73
24	9.89	10.86	12.40	13.85	15.66	18.06	19.94	23.34	27.10	29.55	33.20	36.42	39.36	42.98	45.56	51.18
25	10.52	11.52	13.12	14.61	16.47	18.94	20.87	24.34	28.17	30.68	34.38	37.65	40.65	44.31	46.93	52.62
26	11.16	12.20	13.84	15.38	17.29	19.82	21.79	25.34	29.25	31.79	35.56	38.89	41.92	45.64	48.29	54.05
27	11.81	12.88	14.57	16.15	18.11	20.70	22.72	26.34	30.32	32.91	36.74	40.11	43.19	46.96	49.64	55.48
28	12.46	13.56	15.31	16.93	18.94	21.59	23.65	27.34	31.39	34.03	37.92	41.34	44.46	48.28	50.99	56.89
29	13.12	14.26	16.05	17.71	19.77	22.48	24.58	28.34	32.46	35.14	39.09	42.56	45.72	49.59	52.34	58.30
30	13.79	14.95	16.79	18.49	20.60	23.36	25.51	29.34	33.53	36.25	40.26	43.77	46.98	50.89	53.67	59.70

Pour $n > 30$, on admet que :

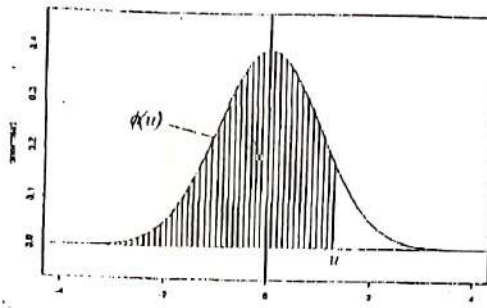
$$z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(u_{2\alpha} + \sqrt{2n-1})^2 \text{ si } \alpha < \frac{1}{2}$$

$$z_{n,\alpha} = \frac{1}{2}(\sqrt{2n-1} - u_{2(1-\alpha)})^2 \text{ si } \alpha \geq \frac{1}{2}$$

TABLE I DE LA LOI NORMALE CENTREE REDUITE

U étant une variable aléatoire de loi $N(0,1)$, la table donne la valeur de $\Phi(u) = P(U \leq u)$.

En R, la commande correspondante est `pnorm(u)`.



u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986

Grandes valeurs de u

u	3.0	3.5	4.0	4.5
$\Phi(u)$	0.9987	0.99977	0.999968	0.999997